

suchsauswertung aus dem Bildmaßstab 1 : 3600 den amtlichen Genauigkeitsanforderungen unmittelbar genügt, insbesondere der Streckengenauigkeit. Gleichzeitig sind durch die Spannmaßkontrolle die Ergebnisse unabhängig auf Widerspruchsfreiheit geprüft, so daß die technischen Kriterien an eine Katasteraufnahme vollständig erfüllt sind.

Weiterhin hat sich bestätigt, daß hinsichtlich der Bildmaßstäbe im Zusammenhang mit den neu entwickelten Rechenmethoden (Interpolation, Spannmaßausgleichung) ein breiter Spielraum für die photogrammetrische Katastervermessung gegeben ist, mit dem man sich an die Gegebenheiten und Anforderungen eines Projekts unter Einhaltung der Genauigkeitsanforderungen anpassen kann.

Im graphischen Teil des Versuchs konnte die topographisch ergänzte Katasterrahmenkarte nach Genauigkeit und Vollständigkeit ebenfalls den bestehenden Anforderungen genügen. Die Eignung der photogrammetrischen Methode für die topographische Kartierung ist auch nie in Zweifel gezogen gewesen.

Die mit der photogrammetrischen Straßenschlußvermessung Neckarsulm gewonnenen Ergebnisse und Erkenntnisse sind inzwischen durch verschiedene praktische Projekte, an denen das Institut mitgearbeitet hat, bestätigt und weiterentwickelt worden. Insbesondere können die Probleme der Vollständigkeit der Auswertung und der Abklärung grober Fehler so beherrscht werden, daß die Methode als wirksames und vollwertiges praktisches Verfahren gelten kann [7].

Nicht unbeeinflusst von den Ergebnissen dieser photogrammetrischen Katastervermessung Neckarsulm hat das Innenministerium Baden-Württemberg durch Erlaß vom 14. 10. 1971 die Anwendung der Photogrammetrie für die Katastervermessung zugelassen, [8].

#### Schrifttum

- [1] Numerische Photogrammetrie. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Heft Nr. 53, 1971, 160 Seiten.
- [2] BRINDÖPKE, W.: Analytische Photogrammetrie in der Vermessungsverwaltung, ZfV 1/1972, Seite 23-30.
- [3] ACKERMANN, F.: Lageblockausgleichungen mit großen Punktmengen. BuL 4/1970, Seite 232-240.
- [4] KRAUS, K. und BETTIN, R.: Kombinierte photogrammetrisch-terrestrische Katastervermessung. BuL 4/1970, Seite 241-248.
- [5] KRAUS, K.: Blockausgleichungen im Kataster und in der Flurbereinigung. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Heft 53, Seite 73-97.
- [6] Einsatz der Photogrammetrie bei Straßenschlußvermessungen. Forschungsbericht des Bundesministeriums für Verkehr; Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, 1969, Heft 89, 25 Seiten.
- [7] BRETTSCHEIDER, U.: Ein Beispiel zum Einsatz der Photogrammetrie in der Katastervermessung. Mitteilungsblatt Bund der ÖbVI, 2/1972, Seite 25-33.
- [8] Innenministerium Baden-Württemberg. Verwaltungsvorschriften für die Anwendung der Photogrammetrie bei Katastervermessungen (VV Photo) vom 14. 10. 1971, Nr. II 5 2002/96.

DK 528.74:  
528.44

## Photogrammetrische Punktbestimmung aus extrem großmaßstäbigen Bildern – Der Versuch Böhmenkirch

Von W. FÖRSTNER und H. GÖNNENWEIN, Stuttgart

### 1. Einleitung

Die numerische Präzisionsphotogrammetrie hat in den letzten Jahren ihre Leistungsfähigkeit bewiesen und ist in die Praxis eingeführt worden. In der Bundesrepublik sind vor allem im Bereich der Katasterphotogrammetrie gute Erfolge erzielt worden. Die Genauigkeiten liegen bei wenigen Zentimetern, oder bezogen auf den jeweiligen Bildmaßstab zwischen 7  $\mu\text{m}$  und 10  $\mu\text{m}$ . „Die mittlere Streckengenauigkeit beträgt bei einem Bildmaßstab 1 : 3000 ca. 1 – 2 cm und hält somit auch die Fehlergrenzen moderner Polygonierungen ein“ [1]. In verschiedenen Bundesländern wurden schon Teile von Polygonfeldern photogrammetrisch bestimmt [2]. Da seit einigen Jahren Programme für die Blockausgleichung zur Verfügung stehen [3, 4], ist ein dichtes Paßpunktfeld nicht mehr not-

wendig; dies erlaubt, bei Katastervermessungen größere Bildmaßstäbe zu benutzen, ohne dadurch die Wirtschaftlichkeit zu beeinträchtigen. Bildmaßstäbe bis 1 : 3000 sind keine Seltenheit mehr. Es hat sich bestätigt, daß auch bei großen Bildmaßstäben die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung vom Bildmaßstab weitgehend unabhängig ist. Dagegen kann man jedoch erwarten, daß sich die Konstanz der Genauigkeit bei weiterer Vergrößerung des Bildmaßstabes nicht halten läßt, denn es treten Nebeneffekte auf:

- Die Punkte sind vom Objekt her nicht mehr mit der erforderlichen Genauigkeit definiert.
- Die Bewegungsunschärfe hat zur Folge, daß die Signalmitten im Bild nicht immer eindeutig definiert sind.
- Die Ungenauigkeit der Paßpunkte kommt stärker zur Wirkung.

Wenn man weiß, welche Größe des Bildmaßstabes technisch noch möglich ist und von welchem Bildmaßstab an die genannten Effekte die Genauigkeit der photogrammetrischen Koordinaten störend beeinflussen, dann dient dies nicht nur wissenschaftlichen Zwecken, sondern auch der Praxis, z. B. bei der Planung von Ingenieurvermessungen, bei Stadtvermessungen oder wenn andere Möglichkeiten für eine Vermessung ausgeschlossen sind.

Eine Gruppe von sieben Geodäsiestudenten der Universität Stuttgart hat sich daher zur Aufgabe gestellt, folgende Fragen zu klären:

1. Ist die Genauigkeit photogrammetrisch bestimmter Koordinaten bezogen auf das Bild in extrem großen Bildmaßstäben vom Maßstab abhängig? Wie genau sind die Höhen bei einer Befliegung mit einer 15 cm-Kammer und einer 30 cm-Kammer?
2. Wie hängt der Streckenfehler einer aus photogrammetrischen Koordinaten abgeleiteten Strecke von deren Länge ab? Speziell ist das Verhalten der Streckenfehlerkurve bei kurzen Strecken zu untersuchen.

Zur Beantwortung dieser Fragen führten wir im Sommer 1970 einen Versuch durch. Dessen Ablauf war im Prinzip folgender: Ein Punktfeld wird eingerichtet und signalisiert. Danach werden die Koordinaten der Punkte sowohl terrestrisch als auch photogrammetrisch bestimmt. Aus dem Vergleich der Koordinaten werden Rückschlüsse auf die Genauigkeit der photogrammetrischen Koordinaten gezogen. Die terrestrischen Koordinaten sollten daher so genau sein, daß sie als wahre Werte angesehen werden können.

## 2. Feldarbeiten

### 2.1 Versuchsgebiet

Das Versuchsgebiet liegt auf der Hochfläche der Schwäbischen Alb, 1 km nördlich der Ortschaft Böhmenkirch im Kreis Göppingen. Es handelt sich um ein fast ebenes, 300 m × 600 m großes Wiesengelände, das zur Zeit der Feldarbeiten zum größten Teil abgemäht war. Die lange Seite verläuft von Ost nach West. In unmittelbarer Nähe des Versuchsfeldes sind keine hohen Bäume, Häuser oder Hochspannungsmasten, so daß niedrige Flughöhen ohne Gefahr möglich sind. Die zulässige Mindestflughöhe über freiem Feld beträgt 150 m.

### 2.2 Anordnung der Punkte und Signalisierung

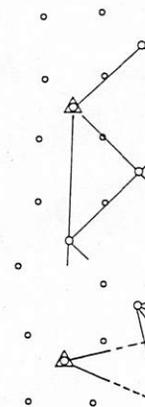
Wir steckten ein Punktraster von 13 × 7 Punkten mit einer Maschenweite von etwa 50 m ab. Die Punkte signalisierten wir mit 10 cm × 10 cm großen Plastiktäfelchen, die wir mit Nägeln auf kleine Holzpföcke schlugen, so daß die Signale bodeneben lagen. Für die Untersuchung der kurzen Strecken signalisierten wir auf dieselbe Weise zu jedem dieser Haupt- bzw. Gitterpunkte einen Beipunkt im Abstand zwischen 0,5 m und 20 m. Die Richtung vom Hauptpunkt zum Beipunkt war abwechselnd parallel und quer zur Längsrichtung des Feldes. Die Entfernung wurde mit einem 20 m-Band mit einer Genauigkeit von  $m_s = 2$  mm gemessen.

### 2.3 Terrestrische Aufmessung des Punktfeldes

Die Lage der 91 Gitterpunkte bestimmen wird durch ein trigonometrisches Netz. Dazu wurden von 36 Standpunkten die Gitterpunkte eingemessen und zur Stabilisierung ein übergeordnetes Netz

von 8 Punkten beobachtet  
4 mm. Die Höhen aller  
 $m_h = 2$  mm.

PL



○ Gitterpunkt  
△ Standpunkt  
△ Üb. Netz

Tabelle 1 Flugdaten der ...

Bildmaßstab	K F
1 : 3000	
1 : 1500	
1 : 1000	
1 : 500	

Wetter: Leichte, hohe Bewölkung  
Flugzeug: Cessna, einmotorig  
Fluggeschwindigkeit: 100 km/h  
Kammern: RMK A 30/23  
Blende: 5,6 Verschlusszeit: 1/1000 s  
Mindestabstand zwischen Standpunkten: 50 m  
Film: Agfa Aerophot, schwarz-weiß  
Entwickler: D 76, 24°C, 10 min

von 8 Punkten beobachtet (siehe Abb. 1). Wir erhielten einen mittleren Koordinatenfehler von  $m_k = 4$  mm. Die Höhen aller Punkte bestimmten wir durch ein Nivellement mit einer Genauigkeit von  $m_h = 2$  mm.

PUNKTFELD - NETZBEOBACHTUNG

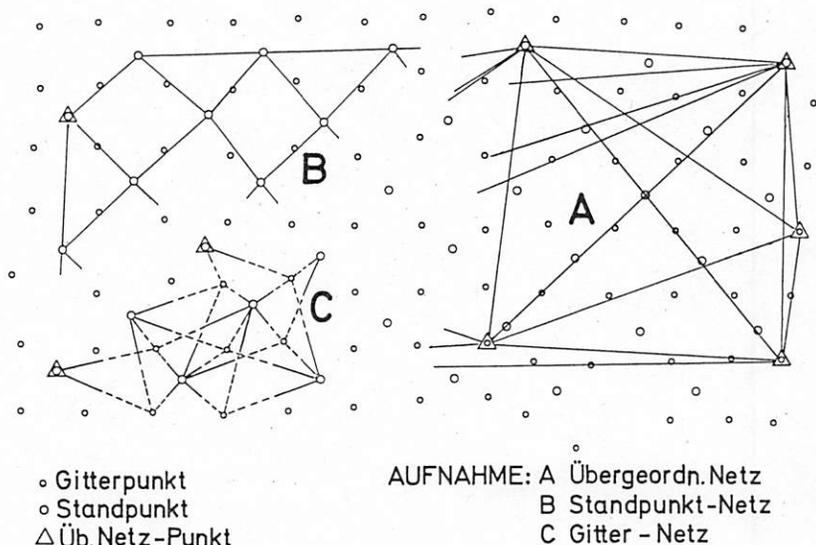


Abb. 1 Das Punktfeld des Testgebietes Böhmenkirch

Tabelle 1 Flugdaten der Befliegung Böhmenkirch

Bildmaßstab	Kammer RMK A	Höhe über Grund $h_g$ in m	Anzahl der Modelle	Längs- Überdeckung p in %	Gebiets- Überdeckung in %
1 : 3000	30/23	900	1	64	85
	15/23	450	2	68	100
1 : 1500	30/23	450	5	65	100
	15/23	225	5	67	100
1 : 1000	30/23	300	9	67	67
	15/23	150	8	68	67
1 : 500	30/23	150	9	50	33

Wetter: Leichte, hohe Bewölkung, Sonne, böiger Wind  
 Flugzeug: Cessna, einmotorig, 3 Mann Besatzung  
 Fluggeschwindigkeit: 100 km/h  
 Kammer: RMK A 30/23 und RMK A 15/23 von Carl Zeiss  
 Blende: 5,6 Verschlusszeit:  $\frac{1}{400}$  sec. kein Filter  
 Mindestabstand zwischen 2 Belichtungen: 1,8 sec  
 Film: Agfa Aerophot, schwarz-weiß, 20 bzw. 24 DIN  
 Entwickler: D 76, 24°C, 19 min. bzw. 25 min.

2.4 Bildflug

Das Versuchsfeld wurde am 7. 7. 1970 von der Firma GEOPLANA befliegen, und zwar je ein Streifen in den Maßstäben 1 : 3000, 1 : 1500 und 1 : 1000 mit je einer Normal- und einer Weitwinkelkammer. Zusätzlich wurde versucht, mit der Weitwinkelkammer Aufnahmen im Maßstab 1 : 500 zu erhalten, was auch gelang. Im Maßstab 1 : 3000 wurde das Feld quer, in den anderen Maßstäben parallel zur Längsrichtung des Feldes befliegen. Die Flugdaten sind aus Tabelle 1 zu entnehmen.

Beim Maßstab 1 : 500 wurde nicht immer eine Längsüberdeckung von 50 % erreicht, weil die Mindestfluggeschwindigkeit erreicht war und die Zeit zwischen zwei Belichtungen nicht mehr verkürzt werden konnte. Wir befinden uns hier an einer Grenze, die nur bei Befliegungen mit Hubschraubern unterschritten werden kann.

Die Befliegung für extrem große Bildmaßstäbe ist wegen der sehr geringen Flughöhe problematisch. Es ist nämlich für den Navigator schwierig, sich nach dem Gelände zu orientieren. Daher haben wir zur Kennzeichnung der Flugrichtung und des Ortes der Erstausslösung zusätzlich Hinweissignale ausgelegt. Dafür verwendeten wir Bahnen von unbedrucktem Zeitungspapier in der Größe von 1,5 m × 10 m, die wir bis 8 km Entfernung in der Anflugschneise kurz vor dem Flug auslegten. Diese Maßnahme war eine wertvolle Hilfe für den Navigator.

Bei den Maßstäben, der Fluggeschwindigkeit und der Belichtungszeit, die in Tabelle 1 angegeben sind, müssen Bewegungsunschärfen auftreten. Die geometrische Bewegungsunschärfe ist in der Natur etwa 7 cm, also in den genannten Maßstäben zwischen 25 µm und 150 µm im Bild. Dieser Betrag tritt an den Signalen vor allem in den Bildern im Maßstab 1 : 500 deutlich in Erscheinung.

2.5 Messung der Bildkoordinaten

Die für die analytische Auswertung der Bilder notwendigen Messungen übernahm freundlicherweise das Institut für Angewandte Geodäsie in Frankfurt/Main.

Die Bildkoordinaten wurden am Stereokomparator Zeiss-PSK gemessen. Weil wegen der Bewegungsunschärfe das Wiesengelände sehr verschwommen erschien, war es schwer, natürliche Punkte (Gruberpunkte) für die relative Orientierung zu finden. Es wurden außer den Rahmenmarken 2 × 6 Gruberpunkte gemessen. Die Signale ließen sich trotz der Bewegungsunschärfe relativ sicher einstellen. Beim Maßstab 1 : 500 erschienen die Signale mit einem Durchmesser von etwa 300 µm und wurden deshalb mit der Ringmarke eingestellt (ø 350 µm). 25 Modelle wurden doppelt ausgewertet, mit Ausnahme des einen Modells, das im Maßstab 1 : 3000 mit der 30 cm-Kammer aufgenommen wurde. Die doppelt gemessenen Bilder transformierten wir mit allen Punkten nach Helmert aufeinander und bestimmten aus den Restabweichungen die Meßgenauigkeit.

Aus Tabelle 2 ist zu erkennen, daß zunächst im Maßstab 1 : 3000 die Komparatormeßgenauigkeit mit 2 µm noch sehr gut und mit üblichen Ergebnissen vergleichbar ist. Tabelle 2 zeigt aber auch, daß

Tabelle 2 Komparator-Meßfehler aus Doppelmessungen

Bildmaßstab	Kammer	Anzahl der Punkte	Mittlerer Koordinatenfehler einer Messung		Durchmesser der Signale µm im Bild
			µm im Bild	cm in der Natur	
1 : 3000	30/23	—	—	—	50
	15/23	157	2,1	0,6	50
1 : 1500	30/23	81	2,4	0,4	100
	15/23	134	3,3	0,5	100
1 : 1000	30/23	42	3,0	0,3	150
	15/23	133	4,3	0,4	150
1 : 500	30/23	116	4,0	0,2	300

die Meßgenauigkeit brauchbar gelten, von 6 mm auf 2 mm

Aus den Bildkoordinatenorientierung ergab sich, daß wir direkt absolut orientieren wegen Filmschrumpfung wurden jeweils alle Flächen gleich der beiden gegenüber der Orientierung eingehen.

3.1 Strenge Orientierung

Mit einem Programm aus den Bildkoordinaten also ohne den Zwischenfall werden gemeinsam 1 waren jedoch nicht in Fällen verwendeten

Aus den Berechnungen (mittlerer Geometrie siehe Tabelle 3. Ein Maßstab 1 : 500 er sich in diesem Maßstab. Zusätzlich best. Dazu transformierte den mittleren Fehler nur wenig mit dem

Tabelle 3 Ergebnisse

Bildmaßstab	Kammer	Reduzierter mittlerer Fehler r
1 : 3000	30/23	75
	15/23	139
1 : 1500	30/23	350
	15/23	348
1 : 1000	30/23	361
	15/23	411
1 : 500	30/23	171

die Meßgenauigkeit abnimmt und beim Maßstab 1 : 500 bei 4 µm liegt. Dies muß dennoch als gut brauchbar gelten, vor allem, weil auf das Gelände bezogen eine stetige Steigerung der Genauigkeit von 6 mm auf 2 mm zu verzeichnen ist.

3. Berechnungen

Aus den Bildkoordinaten wurden zweimal unabhängig Modellkoordinaten berechnet. Eine relative Orientierung ergab Modelle, die wir für die Streifenausgleichung benutzten. Außerdem berechneten wir direkt absolut orientierte Einzelmodelle. In beiden Fällen wurden die registrierten Bildkoordinaten wegen Filmschrumpf, Verzeichnung, Erdkrümmung und Refraktion korrigiert. Bei der Orientierung wurden jeweils alle Punkte, d. h. die signalisierten und die natürlichen Punkte verwendet. Der Vergleich der beiden Verfahren erbrachte keine deutliche Überlegenheit der strengen Orientierung gegenüber der stufenweisen. Daher wollen wir hier nicht näher auf die Ergebnisse der relativen Orientierung eingehen.

3.1 Strenge Orientierung von Einzelmodellen

Mit einem Programm von E. STARK, Stuttgart, berechneten wir nach der Bündelmethode unmittelbar aus den Bildkoordinaten vollständig orientierte Modelle, im Sinne einer strengen Ausgleichung, also ohne den Zwischenschritt der relativen Orientierung. Orientierungsparameter und Koordinaten werden gemeinsam bestimmt. Dazu verwendeten wir jeweils vier Vollpaßpunkte. Im Maßstab 1 : 500 waren jedoch nicht immer vier Punkte vorhanden, die nach Lage und Höhe bekannt waren; in diesen Fällen verwendeten wir statt dessen drei Vollpaßpunkte und zwei Höhenpaßpunkte.

Aus den Berechnungen erhielten wir den mittleren Fehler der Bildkoordinaten vor der Ausgleichung (mittlerer Gewichtseinheitsfehler) und die mittleren Restabweichungen an den Paßpunkten, siehe Tabelle 3. Eine deutliche Abhängigkeit vom Bildmaßstab ist hier nicht zu erkennen. Beim Maßstab 1 : 500 erhielten wir zum Teil sogar die besten Werte; dies ist um so erstaunlicher, als sich in diesem Maßstab die Fehler der Paßpunkte mit  $m_{terr} = 0,4 \text{ cm} \triangleq 8 \text{ µm}$  am stärksten auswirken. Zusätzlich bestimmten wir die innere Genauigkeit der Modellkoordinaten aus Doppelmessungen. Dazu transformierten wir die jeweiligen Modelle aufeinander und leiteten aus den Restabweichungen den mittleren Fehler der Modellkoordinaten ab. Aus Tabelle 3 ist zu erkennen, daß auch diese Fehler nur wenig mit dem Maßstab anwachsen.

Tabelle 3 Ergebnisse der strengen Orientierungen mit 4 Paßpunkten pro Modell

Bildmaßstab	Kammer	Redundanz r, mittlerer Gewichtseinheitsfehler $\sigma_0$		mittlere Abweichungen an den Paßpunkten in µm			Mittlerer Fehler der Modellkoordinaten aus Doppelmessungen in µm			Mittlere Abweichungen der terrestrischen Vergleichskordinaten							
		r	$\sigma_0$ (µm)	$m_{dx}$	$m_{dy}$	$m_{dz}$	Anzahl der Punkte	$m_x$	$m_y$	$m_z$	µm im Bild			Anzahl der Punkte	cm in der Natur		
											$m_{dx}$	$m_{dy}$	$m_{zd}$		$m_{dx}$	$m_{dy}$	$m_{dz}$
1:3000	30/23	75	5,5	16	11	47	—	—	—	—	7,5	7,0	29	70	2,3	2,1	8,7
	15/23	139	6,0	6	8	12	58	4,0	4,0	8,6	9,0	10	26	141	2,7	2,9	7,7
1:1500	30/23	350	6,5	8	10	30	74	3,0	4,0	16	10	10	45	197	1,5	1,5	6,8
	15/23	345	6,0	8	12	21	124	4,0	5,0	13	8,5	11	27	210	1,3	1,7	4,0
1:1000	30/23	363	7,0	10	13	39	40	3,0	4,5	18	11	13	42	144	1,1	1,3	4,2
	15/23	411	7,0	8	10	15	120	5,5	6,5	15	11	12	30	186	1,1	1,2	3,0
1:500	30/23	172	8,5	8	8	36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Nun verglichen wir die Modellkoordinaten mit den terrestrischen Koordinaten von Vergleichspunkten. Die mittleren Abweichungen sind in Tabelle 3 auch in „cm in der Natur“ angegeben. Man sieht, daß die mittleren Fehler, bezogen auf das Bild, mit größer werdendem Bildmaßstab etwas zunehmen, und zwar mehr als die Restabweichungen an den Paßpunkten. Bezogen auf das Gelände ist aber immer noch ein Genauigkeitsgewinn zu verzeichnen, denn die mittleren Lagefehler sind beim Maßstab 1 : 1000 mit 1,2 cm nur halb so groß wie beim Maßstab 1 : 3000.

Die Höhenfehler sind in allen Maßstäben bei der 15 cm-Kammer um etwa 25 % kleiner als bei der 30 cm-Kammer. Nach der geometrischen Theorie müßte der mittlere Höhenfehler bei der Verwendung einer 15 cm-Kammer halb so groß sein wie bei der Verwendung einer 30 cm-Kammer, wenn der Bildmaßstab und das Bildformat gleich sind. So zeigt sich, daß sich das Basis-Höhenverhältnis nicht in vollem Maß auf die Höhengenaugigkeit auswirkt.

### 3.2 Streifenausgleichung

Mit den relativ orientierten Modellen führten wir eine Streifentriangulation nach der Methode der unabhängigen Modelle durch. Das Programm wurde am Institut für Photogrammetrie in Stuttgart von H. EBNER und H. KLEIN entwickelt [5]. Aus der Streifenberechnung erhalten wir drei Genauigkeitsangaben, nämlich den mittleren Fehler der Modellkoordinaten vor der Ausgleichung (mittlerer Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0$ ), die mittleren Abweichungen vom Mittel an den Modell-Verknüpfungspunkten und die mittleren Abweichungen an den Paßpunkten (Tabelle 4).

Tabelle 4 Ergebnissen der Streifenausgleichung

Bildmaßstab	Kammer RMKA	Redundanz r, mittlerer Gewichtseinheitsfehler $\sigma_0$ in mm		mittlere Abweichung vom Mittel an den Verknüpfungspunkten in $\mu\text{m}$			Mittlere Abweichung an den Paßpunkten in $\mu\text{m}$				Mittlere Abweichungen von den terrestrischen Koordinaten						
		r	$\sigma_0$	Anzahl der Pkte.	Lage			Höhe		$\mu\text{m}$ im Bild $m_{dx} m_{dy}$	Anzahl der Pkte.	cm i. d. Natur $m_{dx} m_{dy}$					
					$m_{dx}$	$m_{dy}$	$m_{dz}$	Anzahl der Pkte.	$m_z$								
1 : 1500	30/23	405	18	262	2,7	5,0	19	13	9,5	7,5	10	27	7,5	9,5	171	1,1	1,4
	15/23	496	13	326	3,5	6,5	13	11	7,5	7,5	11	13	8,0	8,5	117	1,2	1,3
1 : 1000	30/23	374	18	220	4,0	6,0	15	12	6,0	10	50	22	12	13	78	1,2	1,3
	15/23	290	15	180	4,0	5,0	19	11	5,0	10	60	21	15	13	89	1,5	1,3

Auch hier wachsen die Fehler nur wenig mit dem Bildmaßstab an. Da im Maßstab 1 : 3000 nur 1 bzw. 2 Modelle vorhanden sind, erscheint es wenig sinnvoll, diese als Streifen zu betrachten. Die Werte in diesem Maßstab sind daher nicht in die Tabelle 4 aufgenommen; doch sind für alle „Streifen“ die Lage der Modelle und der Paßpunkte aus Abb. 2 zu ersehen.

Auch die Streifenkoordinaten verglichen wir mit den terrestrischen Koordinaten. Die mittleren Abweichungen, in Tabelle 4 auch in „cm“ angegeben, sind kleiner als die entsprechenden Werte bei den Einzelmodellen. Dies liegt sehr wahrscheinlich daran, daß die Zahl der Modellverknüpfungspunkte wegen der hohen Längsüberdeckung sehr groß ist und deren Koordinaten gemittelt werden.

### 4. Streckenfehler

Die photogrammetrischen Strecken berechneten wir aus den Koordinaten der Streifenausgleichung. Als Vergleichsstrecken benutzten wir lange, aus den terrestrischen Koordinaten ermittelte Strecken und die im Feld gemessenen kurzen Spannmaße zwischen den Haupt- und den Beipunkten. Für den Vergleich teilten wir die Strecken entsprechend ihrer Länge in Klassen ein und berechneten den mittleren Streckenfehler in jeder Klasse.

4.1 Strecken innerhalb  
Die mittleren Fehler  
dem Komparatormessfeld  
den Fehler der terrestrischen

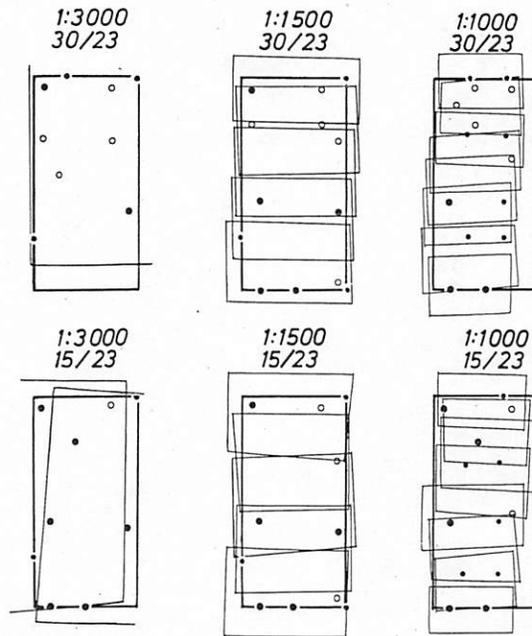
$$\overline{m_s^2} = 2 \cdot$$

Der Vergleich (Tabelle  
Nachbarschaftsgenauigkeit

Tabelle 5 Streckenfehler

Bildmaßstab	F
1 : 3000	
1 : 1500	
1 : 1000	

**STREIFEN**  
LAGE DER MODELLE UND PASSPUNKTE



- Lagepaßpunkt
- Höhenpaßpunkt
- Vollpaßpunkt

Abb. 2 Übersicht über die Lage der Modelle und der Paßpunkte

4.1 Strecken innerhalb eines Modells

Die mittleren Fehler  $m_s$  der kurzen Strecken, die im Bild bis 2 mm lang sind, verglichen wir mit dem Komparatormaßfehler  $m_k$ . Dazu rechneten wir  $m_k$  in einen Streckenfehler  $\bar{m}_s$  um, wobei wir den Fehler der terrestrischen Messung  $m_t = 3$  mm berücksichtigten. Es gilt:

$$\bar{m}_s^2 = 2 \cdot m_k^2 + m_t^2$$

Der Vergleich (Tabelle 5) bestätigt hauptsächlich bei der 15 cm-Kammer die Vermutung, daß die Nachbarschaftsgenauigkeit im wesentlichen von der Meßgenauigkeit bestimmt ist.

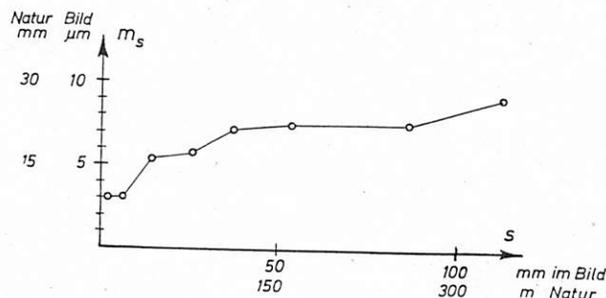
Tabelle 5 Streckenfehler

Bildmaßstab	Kammer	$\bar{m}_s$ $= \sqrt{2 m_k^2 + m_t^2}$ (Meßfehler $m_k$ aus Tab. 2) $\mu\text{m}$	Anzahl der Vergleichs- strecken	Streckenfehler $m_s$ kurze Strecken	
				$\mu\text{m}$	cm
1 : 3000	30/23	—	60	3,0	0,9
	15/23	3,1	72	3,0	0,9
1 : 1500	30/23	4,0	64	6,1	0,9
	15/23	5,1	64	5,6	0,8
1 : 1000	30/23	5,2	29	8,7	0,9
	15/23	6,8	31	7,1	0,7

Für den Vergleich der langen Strecken, die innerhalb eines Modells liegen, verwendeten wir die „Streifen“ im Maßstab 1 : 3000. In diesem Maßstab sind bei der 15 cm-Kammer zwar 2 Modelle vorhanden, doch wurden die Modellgrenzen beachtet. Das Ergebnis bei der 30 cm-Kammer zeigt Abb. 3.

Wir erhielten bei beiden Kammern einen Minimalwert für  $m_s \rightarrow 0$  bei  $3 \mu\text{m}$  ( $\triangle 0,9 \text{ cm}$ )<sup>1)</sup> und einen Maximalwert für  $m_s \rightarrow \infty$  von  $7,5 \mu\text{m}$  ( $\triangle 2,2 \text{ cm}$ ). Die beiden Werte verhalten sich wie 1 : 2,5. Die Funktionswerte legen den Vergleich mit einer umgekehrten GAUSS'schen Glockenkurve nahe. Ihr Wendepunkt würde bei etwa 9 mm Streckenlänge im Bild ( $\triangle 27 \text{ m}$ ) liegen. Für Strecken unter 2 mm ( $\triangle 6 \text{ m}$ ) kann der Minimalwert, für Strecken über 3 cm ( $\triangle 90 \text{ m}$ ) der Maximalwert angenommen werden.

STRECKENFEHLER IM EINZELMODELL



M 1:3000 K 30/23  
Abb. 3 Streckenfehler im Einzelmodell

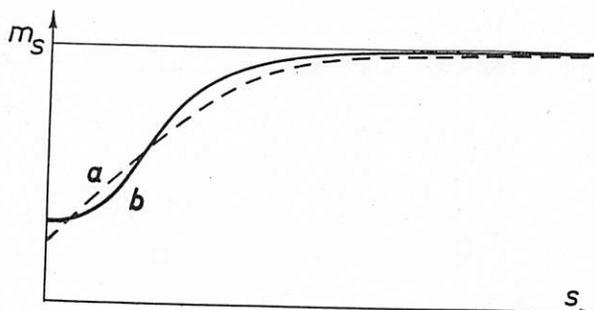


Abb. 4 Zur Theorie der Streckenfehler

Die Ergebnisse verglichen wir mit bisherigen Veröffentlichungen zum Streckenfehler. Bei Untersuchungen am Institut für Angewandte Geodäsie in Frankfurt/Main [6] ergab sich, daß der mittlere Fehler im Bereich kurzer Strecken mit der Streckenlänge zunimmt und für große Strecken konstant ist (vgl. Abb. 4, Linie a). Aufgrund von theoretischen Überlegungen vermutet K. KRAUS [7, 8], daß die Streckenfehlerkurve horizontal beginnt, etwa wie Linie b.

Dazu folgende Ableitung:

Photogrammetrische Strecken werden aus Koordinaten berechnet, sind fehlerbehaftet und von der Genauigkeit der zur Berechnung verwendeten Koordinaten abhängig. Wir vereinbaren folgende Bezeichnungen:

<sup>1)</sup> Werte in ( ) beziehen sich auf den Maßstab 1 : 3000

Wahre Wei  
Zufälliger I  
Systematis

Der systematische Fe  
Funktionen u (x, y) und  
ergibt sich die x-Differe

$$\Delta x = (x_2 -$$

oder

$$\Delta x = (x_2 -$$

Geht die Strecke  $\overline{P_1 P_2}$

$$\lim_{s \rightarrow 0} (Dx_2 -$$

D. h. der Einfluß des  
stetig sind, ist:

$$\lim_{P_2 \rightarrow P_1} u (x_2, )$$

oder

$$\lim_{P_2 \rightarrow P_1} (u (x_2,$$

Für  $\Delta y$  gilt die entsp  
damit auch für die Strec  
Strecken keine Abhängi  
Streckenfehlerkurve wie

Die Vermutung wird  
fehler (Abb. 3) mit den

4.2 Strecken bei Mo

Der Streckenfehler wi  
Ergebnis aus der Streife  
Eine Gesetzmäßigkeit a  
ist nicht zu erkennen.

Wenn nämlich einige  
kann kein einfacher Zus  
kurve für Modellverbän

- Liegen Anfang  
Modell?
- Wie groß sind

Da die Verhältnisse für  
tische Darstellung der S  
Schranke angeben:

Die Wahrscheinlichk  
bei Blöcken für die un  
vom Einzelmodell über  
Aufgrund theoretisch  
ler der Lagekoordinater  
koordinaten vor der A  
des Blockrandes der m

Wahre Werte der Koordinaten	$x, y$
Zufälliger Fehler (Meßfehler)	$Dx, Dy$
Systematischer Fehler (z. B. Filmverzug)	$u(x, y), v(x, y)$

Der systematische Fehler ist abhängig von der Lage des Punktes im Koordinatensystem. Die Funktionen  $u(x, y)$  und  $v(x, y)$  beschreiben den Einfluß dieses Fehlers in x- und y-Richtung. Nun ergibt sich die x-Differenz zweier fehlerbehafteter Koordinaten zu:

$$\Delta x = (x_2 + Dx_2 + u(x_2, y_2)) - (x_1 + Dx_1 + u(x_1, y_1))$$

oder

$$\Delta x = (x_2 - x_1) + (Dx_2 - Dx_1) + (u(x_2, y_2) - u(x_1, y_1))$$

Geht die Strecke  $\overline{P_1P_2} = s$  im Grenzwert gegen 0, dann gilt

$$\lim_{s \rightarrow 0} (Dx_2 - Dx_1) \neq 0.$$

D. h. der Einfluß des zufälligen Fehlers bleibt erhalten. Falls die Funktionen  $u(x, y)$  und  $v(x, y)$  stetig sind, ist:

$$\lim_{\substack{P_2 \rightarrow P_1 \\ P_2 \rightarrow P_1}} u(x_2, y_2) = u(x_1, y_1)$$

oder

$$\lim_{P_2 \rightarrow P_1} (u(x_2, y_2) - u(x_1, y_1)) = 0$$

Für  $\Delta y$  gilt die entsprechende Ableitung. Im Grenzwert fällt für die Koordinatendifferenz und damit auch für die Strecke der systematische Fehleranteil heraus. Daraus folgt, daß für extrem kurze Strecken keine Abhängigkeit des Streckenfehlers von der Lage und der Länge mehr besteht und die Streckenfehlerkurve wie in Abb. 4, Linie b, mit einer horizontalen Tangente beginnen muß.

Die Vermutung wird somit bestätigt. Im übrigen stimmen unsere Ergebnisse für den Streckenfehler (Abb. 3) mit den Aussagen früherer Veröffentlichungen überein.

#### 4.2 Strecken bei Modellverbänden

Der Streckenfehler wurde auch für den Fall von Modellverbänden untersucht. Als Beispiel ist das Ergebnis aus der Streifenausgleichung im Maßstab 1 : 1000 der 15 cm-Kammer in Abb. 5 dargestellt. Eine Gesetzmäßigkeit außer dem allgemeinen Anstieg des Streckenfehlers mit der Streckenlänge ist nicht zu erkennen.

Wenn nämlich einige Strecken über Modellgrenzen verlaufen und so eine Mischpopulation vorliegt, kann kein einfacher Zusammenhang wie in Abb. 3 mehr bestehen. Der Verlauf der Streckenfehlerkurve für Modellverbände hängt im wesentlichen von zwei Kriterien ab:

- Liegen Anfangs- und Endpunkt der Strecken in verschiedenen Modellen oder im gleichen Modell?
- Wie groß sind Längs- und Querüberdeckung?

Da die Verhältnisse sich bei jedem Flug ändern, erscheint eine graphische oder gar eine mathematische Darstellung der Streckenfehlerkurve sinnlos. Es werden daher besser nur die untere und obere Schranke angegeben:

Die Wahrscheinlichkeit, daß kurze Strecken eine Modellgrenze schneiden, ist sehr gering. Es kann bei Blöcken für die untere Schranke des mittleren Streckenfehlers mit guter Näherung der Wert vom Einzelmodell übernommen werden.

Aufgrund theoretischer Untersuchungen nach [9, 10, 11] ist bei großen Blöcken ein mittlerer Fehler der Lagekoordinaten zwischen  $0,95 \sigma_0$  und  $1,4 \sigma_0$  zu erwarten ( $\sigma_0$  = mittlerer Fehler der Lagekoordinaten vor der Ausgleichung). Weiter repräsentiert nach [9] bei dichter Paßpunktbesetzung des Blockrandes der mittlere Gewichtseinheitsfehler mit guter Näherung den mittleren absoluten

- [3] ACKERMANN, F., H. EBNER, H. KLEIN: Ein Programmpaket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen; BuL 38, S. 218-224, 1970.
- [4] MÜLLER, J.: Blocktriangulation mit Verbesserung der inneren Orientierung; BuL, S. 107-112, 1971.
- [5] ACKERMANN, F., H. EBNER, H. KLEIN: Ein Rechenprogramm für die Streifen- und Blocktriangulation mit unabhängigen Modellen; BuL 38, S. 206-217, 1970.
- [6] FÖRSTNER, R.: Der Streckenfehler bei photogrammetrischen Koordinatenmessungen; BuL, S. 65-75 und 110-117, 1955.
- [7] KRAUS, K.: Zur photogrammetrischen Lageblockausgleichung unabhängiger Einzelmodelle; BuL, S. 151 bis 156, 1967.
- [8] KRAUS, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie; ZfV, S. 387-390, 1970.
- [9] ACKERMANN, F.: Theoretische Beispiele zur Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke; BuL, S. 114-122, 1967.
- [10] ACKERMANN, F.: Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeiten von Blöcken; BuL, S. 3-15, 1968.
- [11] EBNER, H.: Die theoretische Lagegenauigkeit ausgeglichener Blöcke mit bis zu 10000 unabhängigen Modellen; BuL, S. 225-231, 1970.

DK 528.73:513.012

## A universal computer program for analytical aerotriangulation

by H. MEIXNER, Stuttgart

### 1. Introduction

The development of computer programs for aerial triangulation at the Photogrammetric Institute of Stuttgart University started with the strip- and blockadjustment for independent models (PAT-M, [1]). At present the system of programs is being completed by a program for fully analytical aerial triangulation, also known as strip- and blockadjustment by the bundle method. The program is called PAT-B (B for bundle adjustment). Based on the same philosophy as the program for independent models (see [1]) also this program is intended to be very generally applicable with as little restrictions and limitations as possible. In particular there should be virtually no restrictions concerning block-size and number of points. In addition the handling of the program should be as comfortable as possible.

The general scope and specifications of triangulation programs as given in [1] are not repeated here. This paper rather intends to present the mathematical system and some features of the program, and to report empirical results concerning convergence and computing time.

### 2. Mathematical model

The mathematical model is based on the perspective relationship between terrain points and image points, also referred to as collinearity condition.

The basic relationship in linearized form is given by the observational equations (1).

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}_{i,j} = f_j \cdot \begin{bmatrix} \bar{X}/\bar{Z} \\ \bar{Y}/\bar{Z} \end{bmatrix}_{i,j} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{i,j} \quad (1)$$

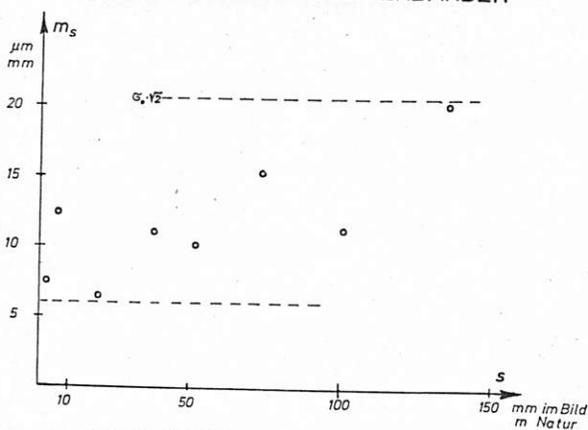
$$\begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{i,j} = R_j \cdot \begin{bmatrix} X_i - X_{oj} \\ Y_i - Y_{oj} \\ Z_i - Z_{oj} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

- $[x, y]_{i,j}^t$  Vector of image-coordinates of the point i in photo j.
- $[v_x, v_y]_{i,j}^t$  Vector of corrections to image coordinates.
- $f_j$  principal distance of photo j.
- $[X_i, Y_i, Z_i]^t$  Vector of ground coordinates of point i.
- $[X_{oj}, Y_{oj}, Z_{oj}]^t$  Vector of ground coordinates of the projection centre j.
- $R_j$  Orthogonal Rodriguez-Matrix for photo j.

Koordinatenfehler. Als Abschätzung des mittleren Streckenfehlers für lange Strecken mag die obere Schranke  $m_s = \sqrt{2} \cdot \sigma_0$  dienen.

Die beiden Schranken sind in Abb. 5 eingezeichnet. Man sieht, daß unser empirisch gefundenes Ergebnis gut dazu paßt.

STRECKENFEHLER BEI MODELLVERBÄNDEN



M 1:1000 K 15/23

Abb. 5 Streckenfehler bei Modellverbänden

5. Beurteilung der Ergebnisse

Im Vordergrund der Untersuchung stand die Frage nach der Genauigkeit bzw. nach dem Genauigkeitsabfall bezogen auf das Bild bei extrem großmaßstäbigen Aufnahmen.

Zunächst ist als wichtigstes Ergebnis festzustellen, daß trotz gewisser Bewegungsunschärfen die in der numerischen Photogrammetrie üblichen hohen Genauigkeiten von 5 - 10 µm im Bild bis in die großen Maßstäbe erhalten bleiben. Die Vergleichspunkte aus der Streifenausgleichung weisen Lagefehler auf, die bei Maßstäben bis 1 : 1500 unter 10 µm und beim Maßstab 1 : 1000 unter 15 µm, d. h. jeweils unter 1,5 cm liegen. Die Koordinaten der Einzelmodelle haben dieselbe hohe Genauigkeit.

Im einzelnen ist ein deutlicher Abfall der Genauigkeit mit zunehmendem Bildmaßstab feststellbar, der aber doch erstaunlich gering bleibt, selbst im Maßstab 1 : 500 (Tabelle 3). Bezogen auf das Gelände ergibt sich aber noch stets ein Genauigkeitsgewinn. Die Lagefehler liegen zwischen 3,0 cm und 1,2 cm, die Höhenfehler zwischen 8 cm und 3 cm bzw. zwischen 0,070/00 und 0,150/00 der Flughöhe über Grund.

Der mittlere Streckenfehler ist für kurze Strecken fast ausschließlich von der Meßgenauigkeit  $m_k$  abhängig und kann mit  $m_s \approx m_k \cdot \sqrt{2}$  angenommen werden. Bei unserem Versuch lag dieser Streckenfehler immer unter 1 cm. Die Genauigkeit sehr langer Strecken ist konstant und läßt sich bei Modellverbänden mit  $m_s = \sqrt{2} \cdot \sigma_0$  abschätzen, wenn dichte Paßpunktbesetzung des Blockrandes vorliegt.

Im ganzen gesehen hat unser Versuch gezeigt, daß mit signalisierten Punkten Bildmaßstäbe bis 1 : 1000 ohne weiteres auswertbar sind. Die Genauigkeiten bezogen auf das Bild bleiben fast gleich wie in den üblichen, kleineren Maßstäben, und bezogen auf das Gelände läßt sich ein mittlerer Lagefehler von 1,2 cm durchaus erreichen. Dies bedeutet, daß gegebenenfalls in diesen großen Maßstäben befliegen werden kann, z. B. für Katastervermessungen in bebauten Gebieten oder bei Sonderanwendungen hoher Präzision.

Schrifttum

[1] BRINDÖPKE, W.: Analytische Photogrammetrie in der Vermessungsverwaltung; ZfV Jan. 1972, S. 29.  
 [2] WISS, H.: Einige Daten und Erfahrungen zur photogrammetrischen Bestimmung von Fixpunkten; Nachrichtenblatt der Vermessungs- und Katasterverwaltung Rheinland-Pfalz, 1970/4.

[3] ACKERMANN, F., H. F. Modellen; BuL 38, S. 2  
 [4] MÜLLER, J.: Blocktria  
 [5] ACKERMANN, F., H. F. gen Modellen; BuL 38  
 [6] FÖRSTNER, R.: Der S 110-117, 1955.  
 [7] KRAUS, K.: Zur photo 156, 1967.  
 [8] KRAUS, K.: Interpol  
 [9] ACKERMANN, F.: The  
 [10] ACKERMANN, F.: Ges  
 [11] EBNER, H.: Die theo dellen; BuL, S. 225-2

A universal cc

The development of of Stuttgart University [1]). At present the sys triangulation, also kno called PAT-B (B for bu dent models (see [1]) a strictions and limitation block-size and number as possible.

The general scope a here. This paper rather and to report empirical

The mathematical m points, also referred to The basic relationshi

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{bmatrix}_{i,j}$$

$$\begin{aligned} & [x, y]_{i,j}^t \\ & [v_x, v_y]_{i,j}^t \\ & f_j \\ & [X_i, Y_i, Z_i]^t \\ & [X_{oj}, Y_{oj}, Z_{oj}]^t \\ & R_j \end{aligned}$$