

# Trajektorienrekonstruktion von bewegten Objekten aus Stereobildfolgen

Diplomarbeit in Informatik

vorgelegt von

Jan Siegemund

Institut für Informatik, Abteilung III  
und  
Professur für Photogrammetrie  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

März 2008

# Erklärung

Mit der Abgabe der Diplomarbeit versichere ich, gemäß §19 Absatz 7 der DPO 15. August 1998, dass ich die Arbeit selbstständig durchgeführt, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, im März 2008

---

Jan Siegemund

# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Rekonstruktion der räumlichen Trajektorienparameter bewegter Objekte anhand von kalibrierten Stereobildsequenzen. Zur Lösung dieses Problems wird ein Verfahren auf der Grundlage eines robusten Ausgleichsmodells eingeführt. Als Eingabedaten dienen vorsegmentierte Bildpunkte des Objektes mit bekannter stereoskopischer und temporaler Zuordnung. Auf Basis dieser Bildinformation wird zusätzlich zu den Trajektorienparametern eine dreidimensionale Punktwolke in einem lokalen Objektsystem geschätzt, welche Hinweise auf Form und Ausmaße des beobachteten Objektes liefert.

Darüber hinaus werden Techniken zur Steigerung der Effizienz und Robustheit des Verfahrens vorgestellt und es wird erläutert, wie mögliches Vorwissen in den Ausgleichungsprozess eingebracht werden kann.

Der Anwendungsfokus in Beispielen und Ergebnissen liegt auf der Bestimmung der Trajektorien von Fremdfahrzeugen mittels Eigenfahrzeugsensorik zum Zwecke der Kollisionsvermeidung. Diese Informationen sind für Fahrassistenzsysteme von großer Bedeutung und für die Daimler AG als Kooperationspartner dieser Arbeit von besonderem Interesse. Das Verfahren selbst wird jedoch auf kein spezielles Anwendungsgebiet beschränkt.

Anhand von Experimenten auf simulierten Szenen wird ein systematischer Fehler in den geschätzten Objektpositionen beobachtet. Das Auftreten dieses Fehlers wird motiviert und Methoden zur Behebung werden vorgestellt. Weiterhin zeigen Experimente auf realen Aufnahmen die Notwendigkeit einer zeitlichen Glättung der geschätzten Trajektorienparameter. Aus diesem Grund wird eine adaptive Glättungsmethode eingeführt, deren Strenge darüber hinaus anwendungsbezogen gesteuert werden kann.

Die Ergebnisse zeigen, dass das Verfahren, trotz hoher Ausreißeranteile in den Eingabedaten, im Stande ist, die Bewegungstrajektorie eines Objektes mit hoher Genauigkeit und Robustheit zu bestimmen und gleichzeitig die dreidimensionale Form des beobachteten Objektes zu rekonstruieren.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>11</b>
1.1. Motivation	11
1.2. Aufgabenstellung	11
1.3. Aufbau der Arbeit	12
<b>2. Grundlagen</b>	<b>13</b>
2.1. Grundlagen der Ausgleichsrechnung	13
2.1.1. Nichtlineares funktionales Modell	13
2.1.2. Linearisiertes funktionales Modell	14
2.1.3. Stochastisches Modell	14
2.1.4. Lineare Parameterschätzung im linearen Gauß-Markov-Modell	15
2.1.5. Nichtlineare Parameterschätzung per Gauß-Newton-Verfahren	15
2.1.6. Optimierung mit Nebenbedingungen	16
2.2. Verfahren zur Steigerung der Effizienz und Robustheit der Parameterschätzung	17
2.2.1. Line-Search zur Robustheitssteigerung und Beschleunigung der Konvergenz	17
2.2.2. Levenberg-Marquardt-Verfahren zur Robustheitssteigerung	18
<b>3. Konzept eines Verfahrens zur robusten Schätzung von Bewegungstrajektorien</b>	<b>21</b>
3.1. Mathematisches Modell zur Rekonstruktion der Bewegungstrajektorie	21
3.1.1. Eingabedaten und Annahmen	21
3.1.2. Nichtlineares funktionales Modell	23
3.1.3. Linearisierung	24
3.1.4. Lineares funktionales Modell	25
3.1.5. Stochastisches Modell	26
3.1.6. Lineares Gauß-Markov-Modell	26
3.1.7. Datumsfestlegung	27
3.2. Auswahl eines geeigneten Zeitfensters	28
3.2.1. Gleitendes Zeitfenster	29
3.2.2. Alternative Auswahlstrategien	30
3.3. Auswahl geeigneter Objektpunkte	30
3.4. Ausreißerdetektion	31
3.4.1. Ausreißerarten	31
3.4.2. A-priori-Verfahren	32
3.4.2.1. Detektion per Vorwissen	33
3.4.2.2. Random Sample Consensus	33
3.4.3. A-posteriori-Verfahren	34
3.4.3.1. Statistische Ausreißerdetektion unter Annahme unkorrelierter Objektpunkte	35
3.4.3.2. Statistische Ausreißerdetektion unter Annahme unkorrelierter Tracks	36
3.4.4. Diskussion	36
3.5. Beschleunigung des Ausgleichsprozesses	39
3.6. Einbringen von Vorwissen	40

3.7.	Näherungswerte . . . . .	40
3.7.1.	Näherung der Orientierungsparameter des beobachteten Systems . . . . .	41
3.7.1.1.	Orientierungsparameter aus Punktwolke . . . . .	41
3.7.1.2.	Orientierungsparameter aus Ergebnispropagation . . . . .	42
3.7.1.3.	Diskussion . . . . .	42
3.7.2.	Näherung der Punktkoordinaten im beobachteten System . . . . .	44
3.7.2.1.	Punktkoordinaten aus Punktwolke . . . . .	44
3.7.2.2.	Punktkoordinaten aus Ergebnispropagation . . . . .	44
3.7.2.3.	Diskussion . . . . .	44
3.8.	Interpretation der Ergebnisse . . . . .	44
3.8.1.	Fremdfahrzeugorientierung . . . . .	45
3.8.2.	Fremdfahrzeugbewegung . . . . .	46
3.8.3.	Fremdfahrzeugform . . . . .	47
<b>4.</b>	<b>Experimente und Ergebnisse</b>	<b>49</b>
4.1.	Experimente auf synthetisch generierten Stereobildfolgen . . . . .	49
4.1.1.	Versuchsaufbau . . . . .	49
4.1.2.	Systematischer Fehler aufgrund der Annahme Gauß-verteilter Beobachtungen	52
4.1.2.1.	Motivation . . . . .	52
4.1.2.2.	Fehlerbehebung durch Berechnung der Terme zweiter Ordnung . . .	53
4.1.3.	Systematischer Fehler aufgrund unverhältnismäßiger Fehlergewichtung . . .	54
4.1.3.1.	Motivation . . . . .	54
4.1.3.2.	Fehlerbehebung durch gemittelte Kovarianzmatrix . . . . .	55
4.1.3.3.	Fehlerbehebung durch geschätzte Kovarianzmatrix . . . . .	56
4.1.4.	Weitere Ergebnisse von Experimenten auf synthetischen Stereobildfolgen . . .	57
4.2.	Experimente auf realen Stereobildfolgen . . . . .	60
4.2.1.	Versuchsaufbau . . . . .	61
4.2.2.	Auswirkungen von Ausreißerdetektion und robustheitssteigernden Verfahren .	63
4.2.3.	Glättung des Ergebnisses . . . . .	65
4.2.3.1.	Glättung innerhalb der Ausgleichungsfenster . . . . .	65
4.2.3.2.	Glättung zwischen den Ausgleichungsfenstern . . . . .	67
4.2.4.	Weitere Ergebnisse von Experimenten auf realen Stereobildfolgen . . . . .	68
<b>5.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>71</b>
<b>A.</b>	<b>Notation</b>	<b>73</b>
<b>B.</b>	<b>Kameramodell</b>	<b>75</b>
<b>C.</b>	<b>Matrizenstruktur</b>	<b>77</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>80</b>

# Abbildungsverzeichnis

3.1.1.	Visualisierung des verwendeten Stereokameramodells . . . . .	22
3.1.2.	Visualisierung des zugrundeliegenden Modells . . . . .	23
3.2.3.	Gleitendes Zeitfenster mit starrer Fenstergröße . . . . .	29
3.2.4.	Gleitendes Zeitfenster mit wachsender Fenstergröße . . . . .	30
3.4.5.	Ausreißer aus fehlerhafter stereoskopischer Zuordnung . . . . .	31
3.4.6.	Verschiedene Typen von Ausreißern . . . . .	32
3.4.7.	Dichtefunktionen der $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	35
3.4.8.	Synthetisch generierte Szene eines sich bewegenden Punktgitters . . . . .	37
3.4.9.	Auswirkung eines Hebelpunktes auf eine ausgleichende Gerade . . . . .	38
3.7.10.	Visualisierung des Datumsproblems . . . . .	43
3.8.11.	Beispiel für die Definition des Fahrzeugsystems . . . . .	45
3.8.12.	Extraktion der Translationsparameter bei Verwendung eines gleitenden Zeitfensters . . . . .	47
4.1.1.	Beschreibung der ersten synthetischen Testszene . . . . .	50
4.1.2.	Visualisierung der Punktwolkenstrukturen . . . . .	51
4.1.3.	Visualisierung des Abbildungsprozesses . . . . .	52
4.1.4.	Auswirkung des systematischen Fehlers auf die rekonstruierte Objektposition . . . . .	54
4.1.5.	Vereinfachte Darstellung der Ursache des systematischen Fehlers . . . . .	55
4.1.6.	Auswirkung der Verwendung gemittelter Kovarianzmatrizen auf den systematischen Fehler . . . . .	56
4.1.7.	Auswirkung der Verwendung geschätzter Kovarianzmatrizen auf den systematischen Fehler . . . . .	57
4.1.8.	Trajektorien-schätzung für entgegenkommendes Fremdfahrzeug (synthetische Aufnahme) . . . . .	58
4.1.9.	Trajektorien-schätzung für ein sich quer zur Kamera bewegendes Fremdfahrzeug (synthetische Aufnahme) . . . . .	59
4.1.10.	Trajektorien-schätzung für ein abbiegendes Fremdfahrzeug (synthetische Aufnahme) . . . . .	60
4.2.11.	Befestigung des Stereokamerapaars im Versuchsfahrzeug . . . . .	61
4.2.12.	Beschreibung der ersten realen Testszene . . . . .	62
4.2.13.	Trajektorien-schätzung für ein entgegenkommendes Fremdfahrzeug (reale Aufnahme) . . . . .	62
4.2.14.	Rekonstruierte Punktwolke für ein entgegenkommendes Fremdfahrzeug (reale Aufnahme) . . . . .	63
4.2.15.	Trajektorien-schätzung für ein entgegenkommendes Fremdfahrzeug (reale Aufnahme) unter Verwendung von Ausreißerdetektion und Levenberg-Marquardt . . . . .	64
4.2.16.	Auswirkungen der Optimierungsverfahren auf den nichtlinearen Systemfehler . . . . .	65
4.2.17.	Auswirkung der Glättung innerhalb des Ausgleichungsfensters . . . . .	67
4.2.18.	Auswirkung der Glättung zwischen konsekutiven Zeitfenstern . . . . .	68
4.2.19.	Trajektorien-schätzung für ein abbiegendes Fremdfahrzeug (reale Aufnahme) . . . . .	69
B.0.1.	Zugrundeliegendes Kameramodell . . . . .	76
C.0.1.	Struktur der Kovarianzmatrix der Beobachtungen $C$ . . . . .	77
C.0.2.	Struktur der Designmatrix $A$ . . . . .	78
C.0.3.	Struktur der Bedingungsmatrix $H$ . . . . .	78
C.0.4.	Struktur der Normalgleichungsmatrix $N$ . . . . .	79



# Tabellenverzeichnis

3.4.1. Vergleich der Methoden zur Ausreißerdetektion . . . . . 37

A.0.1. Grundlegende Notation . . . . . 73

A.0.2. Verfahrensspezifische Notation . . . . . 73



# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation

Fahrassistenzsysteme gewinnen in der Automobilindustrie zunehmend an Bedeutung. Gründe dafür sind höherer Fahrkomfort und, aufgrund des anwachsenden Verkehrsaufkommens und zunehmender Fahrzeugleistungen, steigende Sicherheitsanforderungen. Herkömmliche Fahrassistenzsysteme lassen sich in passive und aktive Sicherheitssysteme einteilen. Passive Systeme, wie beispielsweise Sicherheitsgurt und Airbag, entfalten ihre Wirkung im Falle eines Unfalls, um den Fahrer zu schützen. Aktive Sicherheitssysteme hingegen, wie zum Beispiel ABS und ESP, erkennen kritische Situationen anhand von Inertialsensorik des Fahrzeugs und unterstützen den Fahrer bei der Unfallvermeidung.

Eine weitere, attraktive Möglichkeit der Unfallvermeidung bieten Assistenzsysteme, welche anhand von Außenraumsensorik die Fahrzeugumgebung überwachen. Auf Basis der gewonnenen Informationen kann ein Modell des Fahrzeugumfeldes erstellt werden, aufgrund dessen mögliche kritische Situationen frühzeitig erkannt werden können. Passive Warnsignale oder aktive Unterstützungssysteme können dem Fahrer dann bei der Vermeidung dieser Situationen assistieren. Für die Konstruktion eines solchen Modells ist, neben der Detektion von starren Hindernissen, die Bestimmung der relativen Bewegung anderer verkehrsteilnehmender Objekte von zentraler Bedeutung. Die Rekonstruktion von Trajektorienparametern bewegter Objekte spielt in diesem Zusammenhang eine besondere Rolle und ist deshalb für die Daimler AG als Kooperationspartner dieser Arbeit von besonderem Interesse.

Bei der Auswahl der verwendeten Sensoren gilt es, ihre Vorteile bezüglich des gestellten Problems zu betrachten. Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren basiert auf den Bildfolgen von kalibrierten Stereokameras, da diese im Vergleich zu Laserscannern ein deutlich besseres Verhältnis von Auflösung und Aufnahmezeit liefern und im Gegensatz zu Radarsensoren keine Probleme hinsichtlich lateraler Bewegungen aufweisen. Außerdem kann das aufgezeichnete Bildmaterial für andere Anwendungen, wie beispielsweise der Bestimmung der Eigenbewegung nach [Badino, 2004] und der Verkehrszeichenerkennung nach [Ritter *et al.*, 1995], genutzt werden. Optimal im Sinne der Genauigkeit und Robustheit wäre natürlich eine Fusion aller verfügbaren Sensordaten, welche jedoch die Komplexität des Verfahrens sicherlich anheben würde.

## 1.2. Aufgabenstellung

In dieser Arbeit soll ein Verfahren vorgestellt werden, welches auf Basis von Bildpunkten aus Stereobildfolgen die Parameter der Bewegungstrajektorien verfolgter Objekte robust schätzt. Die relativen und inneren Orientierungsparameter des Stereokamerapaares sind gegeben. Darüber hinaus ist die stereoskopische und temporale Zuordnung der Bildpunkte und deren Objektzugehörigkeit bekannt. Im Allgemeinen wird angenommen, dass die beobachteten Daten mit Gaußschem Rauschen versehen sind, was eine Optimierungsmethode im Sinne der kleinsten Quadrate nahelegt.

Bedingt durch die Echtzeitanforderung der Anwendung werden in bisherigen Ansätzen oft Kalman-Filter zur Lösung dieses Optimierungsproblems verwendet. Diese benötigen jedoch wegen der unsicheren Initialisierung des Zustandes eine gewisse Einschwingzeit, um repräsentative Ergebnisse zu erzielen.

Ein weiterer Nachteil ist die Tatsache, dass die Bildinformationen zurückliegender Aufnahmezeitpunkte lediglich indirekt, durch die Prädiktion des alten Zustandes, in die Schätzung des aktuellen

Zustandes eingehen. Aufgrund der Relinearisierung zu jeder neuen Iteration entstehen Inkonsistenzen zwischen den Modellen der konsekutiven Aufnahmezeitpunkte. Dadurch wird vor allem die Detektion von Ausreißern in den Beobachtungsdaten erschwert.

Beispiele für solche Kalman-Filter-Ansätze werden in [Dellaert & Thorpe, 1997] und [Dang *et al.*, 2002] vorgestellt. Eine Einführung in die Mathematik der Kalman-Filter findet man in [Simon, 2006] und [Thrun *et al.*, 2005].

Aus den soeben genannten Gründen werden wir in der vorliegenden Arbeit ein alternatives Verfahren entwickeln, welches die Schätzung der Objekttrajektorie mittels einer gemeinsamen Ausgleichung über die Bilddaten mehrerer, konsekutiver Kamerabilder vornimmt. Das Verfahren nutzt daher sowohl aktuelle Informationen als auch Informationen über die Historie der Bildpunkte in einem konsistenten Modell.

Zur Reduzierung der Komplexität werden wir das Ausgleichungsproblem als lineares Modell formulieren. Ein Ansatz, der die gestellten Anforderungen erfüllt und die unterschiedlichen Genauigkeiten der Beobachtungen berücksichtigt, ist durch ein lineares Gauß-Markov-Modell gegeben.

Durch die Linearisierung des Modells folgt die Notwendigkeit, Näherungswerte für die zu schätzenden Parameter zu bestimmen. In dieser Arbeit werden wir verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der Näherungswerte erläutern und vergleichen.

Darüber hinaus soll die Eignung des Verfahrens zur Lösung des vorliegenden Problems analysiert werden. Dafür werden wir sowohl die Genauigkeit der Ergebnisse von, auf realen und synthetisch generierten Sequenzen, durchgeführten Experimenten als auch die Robustheit gegenüber Ausreißern in den Eingabedaten untersuchen. In diesem Zusammenhang werden wir verschiedene effizienzsteigernde Verfahren sowie Techniken zur robusten Detektion von Ausreißern vorstellen und diskutieren.

### 1.3. Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 geben wir zunächst einen Überblick über die für die Herleitung des Verfahrens benötigten Grundlagen der Ausgleichungsrechnung. Wir führen dabei insbesondere die in diesem Zusammenhang verwendete Notation ein. Wir beschreiben, wie wir ein lineares Gauß-Markov-Modell für ein gegebenes Ausgleichungsproblem erstellen und mit dessen Hilfe eine Parameterschätzung durchführen können. Des Weiteren erläutern wir einige spezielle Algorithmen zur Optimierung und Robustifizierung des Ausgleichungsprozesses.

Im Anschluss stellen wir in Kapitel 3 das Verfahren zur Bestimmung der räumlichen Trajektorienparameter vor. Wir konstruieren zuerst, analog zum Grundlagenkapitel, ein Ausgleichungsmodell und beschreiben, wie dieses auf die Bildsequenz anzuwenden ist. Im Weiteren diskutieren wir verschiedene effizienzsteigernde Techniken, speziell zur Detektion von Ausreißern in den Eingabedaten. Wir vergleichen unterschiedliche Möglichkeiten, Näherungswerte für den Ausgleichungsprozess zu bestimmen. Dabei halten wir die Art des beobachteten Objektes und der Anwendung allgemein. Erst im letzten Teil des Kapitels gehen wir auf die spezielle Anwendung der Trajektorienrekonstruktion von Fahrzeugen zum Zwecke der Kollisionsvermeidung ein und zeigen auf, wie die Ergebnisse des Verfahrens in diesem Fall zu interpretieren sind.

Anhand dieser Anwendung führen wir in Kapitel 4 experimentelle Untersuchungen, auf Basis einer Matlab-Implementation des Verfahrens, auf synthetischen und realen Szenen durch. Dabei beschreiben wir auftretende Probleme, für welche wir Lösungsmethoden herleiten.

Abschließend fassen wir die Arbeit in Kapitel 5 zusammen und liefern einen Ausblick auf mögliche weitere Schritte.

In Anhang A definieren wir die verwendete Notation und in Anhang B das zugrundeliegende Kameramodell. Anschließend präsentieren wir die Strukturen der am Ausgleichungsprozess beteiligten Matrizen in Anhang C.

## 2. Grundlagen

In der Einleitung haben wir die Verwendung eines Ausgleichungsmodells, als Basis des in Kapitel 3 vorgestellten Verfahrens zur Objekttrajektorien-schätzung, motiviert. Aus diesem Grund geben wir in diesem Kapitel eine kurze Einführung in die Ausgleichungsrechnung. Dabei gehen wir nur auf die Teilgebiete ein, die in dieser Arbeit Verwendung finden. Genauere Informationen und Zusammenhänge geben [Niemeier, 2002] und [McGlone *et al.*, 2004]. Des Weiteren stellen wir einige Algorithmen zur Steigerung der Effizienz und Robustheit des Ausgleichungsprozesses vor.

### 2.1. Grundlagen der Ausgleichungsrechnung

Ein breites Anwendungsgebiet der Ausgleichungsrechnung ist die Bestimmung unbekannter Parameter, die in einem, meist nichtlinearen, funktionalen Zusammenhang zu einer Anzahl beobachteter Größen stehen. Ein einfaches Beispiel ist durch die Bestimmung der Fläche eines Quadrates anhand von Messungen seiner Kantenlänge gegeben. Die Fläche  $F$  ist somit der unbekannte Parameter und die Messungen  $M_i, i = 1, \dots, n$  stellen die Beobachtungen dar. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen unbekanntem Parameter und der jeweiligen Beobachtung  $i$  ist dann durch  $M_i = F^{1/2}$  gegeben.

In diesem Abschnitt geben wir einen Überblick über die in der vorliegenden Arbeit angewendeten Techniken der Ausgleichungsrechnung und führen die in diesem Zusammenhang verwendete Notation ein. Dazu beschreiben wir zunächst, wie die unbekannt Parameter entsprechend der Maximum-Likelihood-Methode, unter der Annahme Gauß-verteilter Beobachtungen, für lineare bzw. linearisierte Zusammenhänge geschätzt werden können. Im Weiteren stellen wir das Gauß-Newton-Verfahren vor, mit welchem Schätzungen für die unbekannt Parameter eines nichtlinearen Zusammenhangs, auf Basis iterativer linearer Parameterschätzungen, bestimmt werden. Darüber hinaus erläutern wir, wie Nebenbedingungen in den Ausgleichungsprozess einbezogen werden können.

Die hier vorgestellten Grundlagen der Ausgleichungsrechnung basieren auf [Niemeier, 2002, Kapitel 4] und [McGlone *et al.*, 2004, Abschnitt 2.2.4.].

#### 2.1.1. Nichtlineares funktionales Modell

Ein funktionaler Zusammenhang zwischen Beobachtungen und unbekannt Parameter kann allgemein modelliert werden als:

$$\mathbf{l} = \mathbf{f}(\mathbf{p}) \quad (2.1.1)$$

Dabei enthält der Vektor  $\mathbf{l} = [l_1, \dots, l_n]^T$  die Beobachtungen, der Vektor  $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_u]^T$  die unbekannt Parameter und  $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_n]^T$  den funktionalen Zusammenhang jeder Beobachtung zu den Parametern. Nur wenn die Zahl der Bedingungen  $n$  an die unbekannt Parameter größer ist als die Anzahl  $u$  der unbekannt Parameter selbst, liegt ein Ausgleichungsproblem vor.

Die Beobachtungen  $l_i, i = 1, \dots, n$  sind im Allgemeinen fehlerbehaftet. Daher gilt die Gleichheit in (2.1.1) lediglich für den Erwartungswert von  $\mathbf{l}$

$$E(\mathbf{l}) = \mathbf{f}(\mathbf{p}) \quad (2.1.2)$$

bzw. unter der Einführung von Beobachtungsfehlern, den sogenannten *Residuen*  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{p}) \quad (2.1.3)$$

Diese Gleichung bezeichnet man auch als *nichtlineares funktionales Modell*.

### 2.1.2. Linearisiertes funktionales Modell

Um die Komplexität zu verringern und den Ausgleichungsprozess zu beschleunigen, ist es im Allgemeinen sinnvoll, ein lineares Modell zur Lösung des Ausgleichungsproblems zu verwenden. Wir beschreiben im Folgenden, wie ein nichtlineares Modell in ein lineares Modell überführt werden kann.

Zum Zwecke der Linearisierung betrachten wir die Taylorentwicklung des funktionalen Zusammenhangs  $\mathbf{f}$  an einem Entwicklungspunkt  $\mathbf{p}^{(0)}$ :

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = \mathbf{f}(\mathbf{p}^{(0)} + \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{f}(\mathbf{p}^{(0)}) + \mathbf{f}'(\mathbf{p}^{(0)})\Delta\mathbf{p} + O^2 \quad (2.1.4)$$

Unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung folgt mit  $\mathbf{l}_0 := \mathbf{f}(\mathbf{p}_0)$  und  $\Delta\mathbf{l} := \mathbf{l} - \mathbf{l}^{(0)}$  das *lineare* bzw. *linearisierte funktionale Modell*

$$\Delta\mathbf{l} + \mathbf{v} = \underbrace{\mathbf{A}}_{\mathbf{f}'(\mathbf{p}^{(0)})} \Delta\mathbf{p} \quad (2.1.5)$$

oder mithilfe des Erwartungswertes ausgedrückt:

$$E(\Delta\mathbf{l}) = \mathbf{A}\Delta\mathbf{p} \quad (2.1.6)$$

Die sogenannte Designmatrix  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{i=1,\dots,n, j=1,\dots,u}$  wird aus den partiellen Ableitungen

$$a_{ij} := \left. \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}^{(0)}} \quad (2.1.7)$$

der jeweiligen Funktion  $f_i$  nach dem jeweiligen Parameter  $p_j$  am Linearisierungspunkt  $\mathbf{p}^{(0)}$  gebildet.

Die Gleichheit in (2.1.5) gilt lediglich am Linearisierungspunkt. Um eine gute Schätzung für die unbekannt Parameter zu erhalten, benötigen wir daher gute Näherungswerte  $\mathbf{p}^{(0)}$ . Darüber hinaus dürfen die Terme höherer Ordnung in der Taylorreihe nicht zu groß sein.

### 2.1.3. Stochastisches Modell

Da die Beobachtungen  $l_i$  fehlerbehaftet sind, ist es sinnvoll, Annahmen über deren Genauigkeiten zu treffen. Wir nehmen im Weiteren an, dass die Beobachtungen Gauß-verteilt sind. Zur Modellierung der Genauigkeiten führen wir die  $n \times n$ -Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $\mathbf{C}_l$  ein. Diese enthält die Varianzen  $\sigma_i^2$  und eventuelle Korrelationen  $\rho_{ij}$  zwischen den Beobachtungen  $l_i$  und  $l_j$ :

$$\mathbf{C}_l = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ \rho_{n1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.1.8)$$

Die Kovarianzmatrix repräsentiert also die Annahmen über die Genauigkeiten der Beobachtungen.

Häufig sind jedoch keine Informationen über die absoluten Werte der Genauigkeiten vorhanden, sondern nur Aussagen über die Genauigkeitsrelationen zwischen den Beobachtungen möglich. Der Zusammenhang von wahrer Kovarianzmatrix  $\widetilde{\mathbf{C}}_l$  und angenommener Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_l$  ist durch

$$\widetilde{\mathbf{C}}_l = \sigma_0^2 \mathbf{C}_l \quad (2.1.9)$$

gegeben. Der Faktor  $\sigma_0^2$  wird als *Varianzfaktor* bezeichnet. Die Schätzung der unbekannt Parameter ist unabhängig von der Skalierung der Kovarianzmatrix. Für die korrekte Skalierung der geschätzten Genauigkeiten kann aus dem Ergebnis der Parameterschätzung eine Schätzung für den Varianzfaktor bestimmt werden.

Die Struktur der Kovarianzmatrix unterscheidet sich offensichtlich stark, je nach getroffenen Annahmen bzw. je nach zur Verfügung stehenden Informationen. Werden keine Korrelationen erwartet, oder werden diese vernachlässigt, so ist  $C_{ll}$  eine Diagonalmatrix. Für den Fall, dass alle Beobachtungen als gleich genau angenommen werden, also  $\sigma_1 = \dots = \sigma_n = \sigma$ , folgt

$$C_{ll} = \sigma^2 I_n \quad (2.1.10)$$

#### 2.1.4. Lineare Parameterschätzung im linearen Gauß-Markov-Modell

Das Gesamtmodell, bestehend aus linearem funktionalem Modell und stochastischem Modell, wird auch als *lineares Gauß-Markov-Modell* bezeichnet.

$$E(\Delta \mathbf{l}) = A \Delta \mathbf{p}, D(\Delta \mathbf{l}) = C_{ll} \quad (2.1.11)$$

Dabei bezeichnet  $D(\cdot)$  den Dispersionsoperator, welcher zu einer stochastischen Größe die Kovarianzmatrix liefert. Da der zur Berechnung von  $\Delta \mathbf{l}$  verwendete Vektor  $\mathbf{l}_0$  eine feste berechnete Größe ist, entspricht die Verteilung von  $\Delta \mathbf{l}$  der Verteilung von  $\mathbf{l}$ .

Auf Basis dieses Modells bestimmen wir eine Schätzung  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}$  für die Verbesserungen der unbekannt Parameter durch Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode. Unter der Annahme Gauß-verteilter Beobachtungen entspricht dies der Minimierung des gewichteten quadratischen Fehlers. Siehe z.B. [Koch, 1997]. Wir erhalten somit die *Ausgleichsforderung*:

$$\Omega^2 = \mathbf{v}^T W \mathbf{v} \rightarrow \min \quad (2.1.12)$$

Die Gewichtsmatrix  $W = C_{ll}^{-1}$  ist durch die inverse Kovarianzmatrix der Beobachtungen gegeben. Die Größe  $\Omega^2$  wird als *Systemfehler* bezeichnet und stellt die zu minimierende Kostenfunktion in Abhängigkeit von  $\Delta \mathbf{p}$  dar.

Aus Gleichung (2.1.12) folgt für den geschätzten Beobachtungsfehler  $\widehat{\mathbf{v}} = A \widehat{\Delta \mathbf{p}} - \Delta \mathbf{l}$  die Forderung

$$\widehat{\mathbf{v}} = \underset{\mathbf{v}}{\operatorname{argmin}}(\mathbf{v}^T W \mathbf{v}) \quad (2.1.13)$$

und wir erhalten durch Einsetzen von Gleichung (2.1.5) die Forderung an den Schätzer  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}$ :

$$\widehat{\Delta \mathbf{p}} = \underset{\Delta \mathbf{p}}{\operatorname{argmin}}((A \Delta \mathbf{p} - \Delta \mathbf{l})^T W (A \Delta \mathbf{p} - \Delta \mathbf{l})) \quad (2.1.14)$$

Das Schätzproblem reduziert sich also zu einem Minimierungsproblem, und es folgt die notwendige Bedingung:

$$A^T W A \Delta \mathbf{p} - A^T W \Delta \mathbf{l} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.1.15)$$

Der Schätzer  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}$  ergibt sich dann aus der Lösung des Gleichungssystems

$$\underbrace{A^T W A}_{N} \widehat{\Delta \mathbf{p}} = \underbrace{A^T W \Delta \mathbf{l}}_{\mathbf{h}} \quad (2.1.16)$$

mit der sogenannten *Normalgleichungsmatrix*  $N$  und der *rechten Seite der Normalgleichung*  $\mathbf{h}$ .

#### 2.1.5. Nichtlineare Parameterschätzung per Gauß-Newton-Verfahren

Das lineare Modell und damit der lineare Schätzer  $\widehat{\mathbf{p}}$  gelten nur in unmittelbarer Nähe des Linearisierungspunktes  $\mathbf{p}^{(0)}$ . Die Schätzung der Parameter im Sinne der Ausgleichsforderung im nichtlinearen Modell

$$\overline{\Omega}^2(\mathbf{p}) = \mathbf{f}(\mathbf{p})^T W \mathbf{f}(\mathbf{p}) \rightarrow \min \quad (2.1.17)$$

können wir nun anhand einer iterativen Verbesserung der Näherungswerte, ausgehend von  $\mathbf{p}^{(0)}$ , durchführen. Dazu führen wir in jeder Iteration  $\nu$  folgende Schritte aus, bis eine maximale Iterationsanzahl  $\nu_{max}$  erreicht oder ein bestimmtes Abbruchkriterium erfüllt wird:

1. Linearisierung des funktionalen Zusammenhangs  $\mathbf{f}$  am Linearisierungspunkt  $\mathbf{p}^{(\nu)}$  entsprechend Gleichung (2.1.5)
2. Bestimmung des besten Schätzers  $\Delta\mathbf{p}^{(\nu)}$  durch Lösung des Gleichungssystems (2.1.16)
3. Verbesserung der Näherungswerte

$$\widehat{\mathbf{p}}^{(\nu+1)} = \widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(\nu)} + \widehat{\mathbf{p}}^{(\nu)} \quad (2.1.18)$$

Ein Abbruchkriterium könnte beispielsweise durch das Unterschreiten eines bestimmten Schwellwertes durch die maximale Verbesserung

$$\max_i(\Delta p_i), i = 1, \dots, n \quad (2.1.19)$$

oder die maximale, relative Verbesserung

$$\max_i \left( \frac{\Delta p_i}{\sigma_{p_i}} \right), \text{ mit } \sigma_{p_i}^2 = \left[ \mathbf{C}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)} \right]_{ii}, i = 1, \dots, n \quad (2.1.20)$$

gegeben sein. Der Skalar  $\left[ \mathbf{C}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)} \right]_{ii}$  bezeichnet den Eintrag der Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)}$  in Zeile  $i$  und Spalte  $i$ .

Die Kovarianzmatrix der geschätzten Parameter  $\widehat{\mathbf{p}}^{(\nu+1)}$  erhalten wir per linearer Fehlerfortpflanzung:

$$\mathbf{C}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)} = \left( (\mathbf{A}^{(\nu)})^\top \mathbf{C}_u^{-1} \mathbf{A}^{(\nu)} \right)^{-1} = (\mathbf{N}^{(\nu)})^{-1} \quad (2.1.21)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{A}^{(\nu)}$  bzw.  $\mathbf{N}^{(\nu)}$  die Design- bzw. Normalgleichungsmatrix im linearisierten Modell der Iteration  $\nu$ .

Die Kovarianzmatrix enthält die relativen Genauigkeiten der aus der aktuellen Iteration geschätzten Parameter. Um Aussagen über die absoluten Genauigkeiten treffen zu können, müssen wir sie entsprechend der Aussage in Abschnitt 2.1.3 noch mit dem geschätzten Varianzfaktor skalieren. Die Schätzung des Varianzfaktors folgt aus den geschätzten Residuen  $\widehat{\mathbf{v}}^{(\nu+1)}$  und der Redundanz  $r = n - u$ , welche die Überbestimmung des Systems beschreibt:

$$(\widehat{\sigma}_0^{(\nu+1)})^2 = \frac{(\widehat{\mathbf{v}}^{(\nu+1)})^\top \mathbf{C}_u^{-1} \widehat{\mathbf{v}}^{(\nu+1)}}{r} \quad (2.1.22)$$

Die geschätzte Kovarianzmatrix der geschätzten Genauigkeiten errechnet sich damit zu:

$$\widehat{\mathbf{C}}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)} = (\widehat{\sigma}_0^{(\nu+1)})^2 \mathbf{C}_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}^{(\nu+1)} \quad (2.1.23)$$

Die vorgestellte Vorgehensweise zur Lösung des nichtlinearen Problems, durch iterative Lösung des linearisierten Problems, wird als *Gauß-Newton-Verfahren* bezeichnet. Dieses wird neben anderen Verfahren zur Bestimmung unbekannter Parameter aus einem nichtlinearen Modell in [Alt, 2002] näher beschrieben.

### 2.1.6. Optimierung mit Nebenbedingungen

Je nach Anwendung kann es notwendig sein, zusätzliche Bedingungen an die unbekannt Parameter zu stellen. Wir werden nun eine Möglichkeit vorstellen, solche Bedingungen in den Ausgleichungsprozess zu integrieren. Diese müssen der Form  $\mathbf{h}_k(\widehat{\mathbf{p}}) = 0$ , mit  $k = 1, \dots, \kappa$ , genügen. Die Funktion  $\mathbf{h}_k$  repräsentiert dabei die Bedingung  $k$ , und die Zahl  $\kappa$  beschreibt die Anzahl der Bedingungen. Durch Linearisierung dieser Bedingungen am Linearisierungspunkt  $\mathbf{p}^{(0)}$ , analog zu Abschnitt 2.1.2, erhalten wir die Bedingungen an die geschätzten Verbesserungen:

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{h}_k & \\ \hline \mathbf{p}_1 & \left|_{\mathbf{p}^{(0)}} \right. \end{array} \right] \cdots \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{h}_k & \\ \hline \mathbf{p}_u & \left|_{\mathbf{p}^{(0)}} \right. \end{array} \right] \widehat{\Delta\mathbf{p}} = -\mathbf{h}_k(\mathbf{p}^{(0)}), k = 1, \dots, \kappa \quad (2.1.24)$$

Der Skalar  $u$  bezeichnet weiterhin die Anzahl der unbekannt Parameter.

Vereinigen wir diese Bedingungen in einer Matrix erhalten wir

$$\begin{bmatrix} \frac{h_1}{\mathbf{p}_1} \Big|_{\mathbf{p}^{(0)}} & \cdots & \frac{h_1}{\mathbf{p}_u} \Big|_{\mathbf{p}^{(0)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{h_\kappa}{\mathbf{p}_1} \Big|_{\mathbf{p}^{(0)}} & \cdots & \frac{h_\kappa}{\mathbf{p}_u} \Big|_{\mathbf{p}^{(0)}} \end{bmatrix} \widehat{\Delta \mathbf{p}} = - \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{p}^{(0)}) \\ \vdots \\ h_\kappa(\mathbf{p}^{(0)}) \end{bmatrix} \quad (2.1.25)$$

oder kurz

$$H \widehat{\Delta \mathbf{p}} = \mathbf{c}_h \quad (2.1.26)$$

mit der sogenannten *Bedingungsmatrix*  $H$  und dem *Bedingungsvektor*  $\mathbf{c}_h$ .

Das Minimierungsproblem (2.1.14) entspricht nun einer Minimierung unter Nebenbedingungen, wie in [Königsberger, 2002] beschrieben. Die Matrix  $H$  erweitert das Normalgleichungssystem wie folgt:

$$\begin{bmatrix} A^\top C_u^{-1} A & H \\ H^\top & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\Delta \mathbf{p}} \\ \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^\top C_u^{-1} \Delta \mathbf{l} \\ \mathbf{c}_h \end{bmatrix} \quad (2.1.27)$$

Der Vektor  $\boldsymbol{\mu}$  enthält die Lagrange-Multiplikatoren.

Die zusätzlichen Bedingungen führen zu einer Änderung der Redundanz zu:

$$r = n + k - u \quad (2.1.28)$$

Diese Änderung ist insbesondere bei der Berechnung von  $\widehat{\sigma}_0^2$  zu beachten.

## 2.2. Verfahren zur Steigerung der Effizienz und Robustheit der Parameterschätzung

Wir haben in 2.1.5 das Gauß-Newton-Verfahren zur numerischen Lösung eines nichtlinearen Optimierungsproblems vorgestellt. Die Literatur empfiehlt jedoch die Anwendung alternativer Verfahren zur Steigerung der Effizienz und Erhöhung des Konvergenzradius. An dieser Stelle werden wir zwei dieser Verfahren näher beschreiben.

### 2.2.1. Line-Search zur Robustheitssteigerung und Beschleunigung der Konvergenz

Das Line-Search-Verfahren kann als Gauß-Newton-Verfahren mit zusätzlicher Schrittweitensteuerung des Verbesserungsschrittes (2.1.18) interpretiert werden. Die Schrittweite der geschätzten Verbesserung ist durch  $\alpha := |\widehat{\Delta \mathbf{p}}|$  gegeben. Der Vektor  $\mathbf{d} := \frac{\widehat{\Delta \mathbf{p}}}{|\widehat{\Delta \mathbf{p}}|}$  stellt die Richtung des Verbesserungsschrittes dar. Es gilt also für jede Iteration  $\nu$  des Gauß-Newton-Verfahrens:

$$\widehat{\Delta \mathbf{p}}^{(\nu)} = \alpha^{(\nu)} \mathbf{d}^{(\nu)} \quad (2.2.1)$$

Die errechnete Schrittweite beruht auf der Parameterschätzung in einem linearisierten Modell, sie ist daher nicht optimal im Sinne des nichtlinearen Problems. Eine andere Schrittweite könnte also ein besseres Ergebnis, bezüglich der Kostenfunktion des nichtlinearen Modells, liefern.

Aus diesem Grund überprüfen wir die Auswirkung einer Schrittweitenänderung  $\gamma$  auf den Verbesserungsschritt

$$\widehat{\mathbf{p}}_\gamma^{(\nu+1)} = \gamma \alpha^{(\nu)} \mathbf{d}^{(\nu)} + \widehat{\mathbf{p}}^{(\nu)} \quad (2.2.2)$$

$$= \gamma \widehat{\Delta \mathbf{p}}^{(\nu)} + \widehat{\mathbf{p}}^{(\nu)} \quad (2.2.3)$$

durch Betrachtung des Systemfehlers  $\bar{\Omega}^2(\mathbf{p})$  im nichtlinearen Modell:

$$\bar{\Omega}^2(\hat{\mathbf{p}}_{\gamma}^{(\nu+1)}) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{p}}_{\gamma}^{(\nu+1)})^T \mathbf{W} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{p}}_{\gamma}^{(\nu+1)}) \quad (2.2.4)$$

Ausgehend von  $\gamma^{(0)} = 1$  errechnen wir dazu iterativ  $\gamma_+ = \gamma^{(\mu)} + (\frac{1}{2})^\mu$  und  $\gamma_- = \gamma^{(\mu)} - (\frac{1}{2})^\mu$ , mit dem Iterationszähler  $\mu$ . Die neue Schrittweitenänderung bestimmen wir dann zu:

$$\gamma^{(\mu+1)} = \begin{cases} \gamma_+, & \text{falls } \bar{\Omega}^2(\hat{\mathbf{p}}_{\gamma_+}^{(\nu+1)}) < \bar{\Omega}^2(\hat{\mathbf{p}}_{\gamma_-}^{(\nu+1)}) \\ \gamma_-, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.2.5)$$

Dies führen wir wiederum solange fort, bis eine maximale Iterationsanzahl  $\mu_{max}$  erreicht wird oder der Systemfehler  $\bar{\Omega}^2$  eine vorgegebene Schwelle unterschreitet. Die resultierende Schrittweite wird dann zur Berechnung von  $\hat{\mathbf{p}}^{(\nu+1)}$  verwendet. Wir suchen also für jede Iteration  $\nu$  des Gauß-Newton-Verfahrens die optimale Schätzung der Parameter entlang der Suchrichtung  $\mathbf{d}^{(\nu)}$ . Der Name des Verfahrens beruht auf der Eindimensionalität dieser Suche.

Der Vorteil der Schrittweitensteuerung liegt sowohl in der Steigerung der Robustheit als auch in der Verringerung der benötigten Iterationen des Gauß-Newton-Verfahrens. Abhängig von der Ähnlichkeit der Kostenfunktionen im linearen und im nichtlinearen Modell, und damit der Güte der linear geschätzten Verbesserungsrichtung  $\mathbf{a}$ , wird die Schrittweite entweder vergrößert oder verringert. Die nichtlineare Schätzung  $\hat{\mathbf{p}}^{(\nu)}$  nähert sich daher im Allgemeinen schneller dem Minimum der Kostenfunktion, und die Gefahr der Divergenz wird verringert.

Für eine genauere Einsicht in die Schrittweitenproblematik siehe [Nocedal & Wright, 2006].

### 2.2.2. Levenberg-Marquardt-Verfahren zur Robustheitssteigerung

Die Intention der Levenberg-Marquardt-Methode ist, die Robustheit der Parameterschätzung durch adaptives 'Umschalten' zwischen Gauß-Newton-Verfahren und *Gradientenabstiegsverfahren* zu erhöhen. Auf diese Weise sollen die Vorteile beider Verfahren genutzt werden, indem jeweils das Verfahren verwendet wird, welches das bessere Ergebnis liefert. Das Gradientenabstiegsverfahren, im Englischen *steepest descent method* genannt, wird in [Alt, 2002, Abschnitt 4.6] beschrieben.

Das 'Umschalten' zwischen den Verfahren wird nicht abrupt, sondern glatt, mit Hilfe eines sogenannten Dämpfungsparameters  $\lambda$ , durchgeführt. Um diese Vorgehensweise zu modellieren, ändern wir das Normalgleichungssystem (2.1.16) zu:

$$\left( \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I}_u \right) \widehat{\Delta \mathbf{p}} = \mathbf{A}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{l} \quad (2.2.6)$$

Geht der Parameter  $\lambda$  gegen 0, so wird  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}$  wie in Abschnitt 2.1.4 geschätzt:

$$\widehat{\Delta \mathbf{p}} \approx \left( \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{l} \quad (2.2.7)$$

Für ein sehr großes  $\lambda$  nähert sich der Ausdruck  $\left( \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I}_u \right)^{-1}$  der Einheitsmatrix und wir erhalten:

$$\widehat{\Delta \mathbf{p}} \approx \mathbf{A}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{l} \quad (2.2.8)$$

Dabei ist  $\mathbf{A}^T \mathbf{W}$  die gewichtete Jakobimatrix und somit entspricht Gleichung (2.2.8) einem Schritt des Gradientenabstiegsverfahrens.

Die Wahl des Dämpfungsparameters und die Schätzung der unbekannt Parameter werden nach folgendem Schema vorgenommen. Für jede Iteration  $\nu$  des in Abschnitt 2.1.5 vorgestellten iterativen Prozesses berechnen wir dann anhand von Gleichung (2.2.6) die Schätzer  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}_1$  mit  $\lambda = \lambda^{(\nu)}$  und  $\widehat{\Delta \mathbf{p}}_2$  mit  $\lambda = \frac{\lambda^{(\nu)}}{\nu}$ . Auf Basis dieser Berechnung können drei Fälle eintreten:

1. Falls sowohl  $\bar{\Omega}^2(\widehat{\Delta \mathbf{p}}_1 + \hat{\mathbf{p}}^{(\nu)}) > \bar{\Omega}^2(\hat{\mathbf{p}}^{(\nu)})$  als auch  $\bar{\Omega}^2(\widehat{\Delta \mathbf{p}}_2 + \hat{\mathbf{p}}^{(\nu)}) > \bar{\Omega}^2(\hat{\mathbf{p}}^{(\nu)})$  gilt, so wird  $\lambda^{(\nu)}$  durch  $\lambda^{(\nu)} \nu$  ersetzt und die Iteration  $\nu$  wiederholt.

2. Falls  $\bar{\Omega}^2(\widehat{\Delta p}_1 + \widehat{p}^{(\nu)}) < \bar{\Omega}^2(\widehat{\Delta p}_2 + \widehat{p}^{(\nu)})$  und  $\bar{\Omega}^2(\widehat{\Delta p}_1 + \widehat{p}^{(\nu)}) < \bar{\Omega}^2(\widehat{p}^{(\nu)})$  gilt, so wird  $\lambda^{(\nu+1)} = \lambda^{(\nu)}$  übernommen und die Schätzung der unbekannt Parameter ergibt sich zu  $\widehat{p}^{(\nu+1)} = \widehat{\Delta p}_1 + \widehat{p}^{(\nu)}$ .
3. Für den verbleibenden Fall setzen wir  $\lambda^{(\nu+1)} = \frac{\lambda^{(\nu)}}{v}$  und  $\widehat{p}^{(\nu+1)} = \widehat{\Delta p}_2 + \widehat{p}^{(\nu)}$ .

Die Abbruchkriterien der Iteration sind wie im Gauß-Newton-Verfahren zu wählen.

Die Wahl des initialen Dämpfungsfaktors  $\lambda^{(0)}$  und des Faktors  $v$  ist anwendungsabhängig. [Hartley & Zisserman, 2003] raten, die initialen Werte als  $\lambda^{(0)} = \text{tr}(A^T W A) / (10^3 u)$  und  $v = 10$  zu wählen, wobei  $u$  der Zahl der unbekannt Parameter entspricht.

Genauere Angaben über dieses Verfahren geben [Hartley & Zisserman, 2003, Appendix 6]. Eine Implementierung des Levenberg-Marquardt-Algorithmus wird in [Press *et al.*, 1988] vorgestellt.



## 3. Konzept eines Verfahrens zur robusten Schätzung von Bewegungstrajektorien

In diesem Kapitel leiten wir ein auf den vorgestellten Grundlagen basierendes Verfahren zur Rekonstruktion der Bewegungstrajektorie eines beobachteten Objektes her. Zusätzlich zum eigentlichen Ausgleichungsmodell beschreiben wir Techniken zur Steigerung der Effizienz und zum Umgang mit Ausreißern in den Beobachtungsdaten. Bei der Herleitung des Verfahrens ist das Anwendungsgebiet zunächst allgemein gehalten. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels erläutern wir dann, wie die Ergebnisse in der speziellen Anwendung der Trajektorienrekonstruktion beobachteter Fahrzeuge, unter den Gesichtspunkten der Kollisionsvermeidung, zu interpretieren sind.

### 3.1. Mathematisches Modell zur Rekonstruktion der Bewegungstrajektorie

Zur Rekonstruktion der Bewegungstrajektorie eines beobachteten Objektes ist es notwendig, ein mathematisches Modell als Problembeschreibung zu definieren. Dazu definieren wir zunächst, welche Daten als Beobachtungen in das Modell eingehen und welche Annahmen getroffen werden. Im Weiteren leiten wir analog zu Abschnitt 2.1 ein lineares Gauß-Markov-Modell her, das den Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und den gesuchten Trajektorienparametern beschreibt und eine robuste Bestimmung eben dieser Parameter erlaubt.

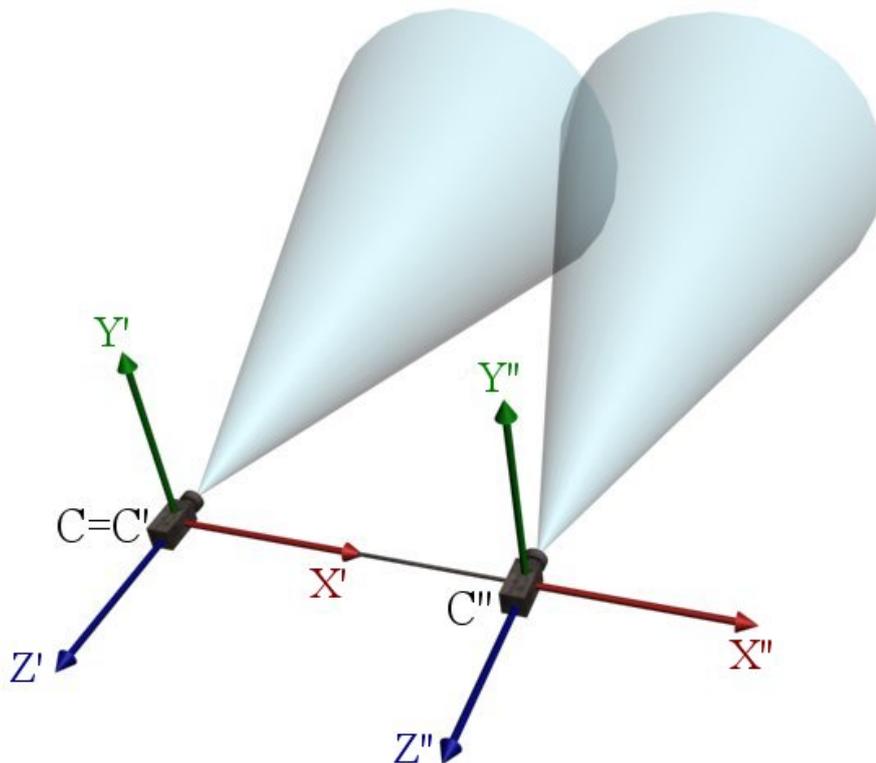
#### 3.1.1. Eingabedaten und Annahmen

Das Verfahren basiert auf synchronisierten Stereobildsequenzen der zu betrachtenden Szenerie. Innere und relative Orientierung der Kameras sind bekannt und werden als fehlerfrei angenommen. Anhand dieser Daten definieren wir ein lokales Beobachtungssystem, wie in Abbildung 3.1.1 gezeigt. Dieses Koordinatensystem ist durch das Kamerakoordinatensystem  $\mathbf{C}'$  der linken Kamera festgelegt und wird daher im Folgenden auch als Kamerasystem  $\mathbf{C}$  bezeichnet. Daher ergeben sich die Projektionsmatrizen  $\mathbf{P}'$  und  $\mathbf{P}''$ , die die Abbildungen aus dem Beobachtungssystem in die Bildsysteme der linken und der rechten Kamera beschreiben, zu:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{K}' [I_3 | \mathbf{0}] \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{P}'' = \mathbf{K}'' \mathbf{C}'' \mathbf{R}_{\mathbf{C}'} [I_3 | -\mathbf{T}] \quad (3.1.2)$$

Dabei sind  $\mathbf{K}'$  und  $\mathbf{K}''$  die, durch die inneren Orientierungen gegebenen, Kalibriermatrizen der jeweiligen Kamera. Das verwendete Kameramodell wird in Anhang B vorgestellt. Der Dreivektor  $\mathbf{T}$  beschreibt die Position des Projektionszentrums der rechten Kamera in  $\mathbf{C}'$ . Die Matrix  $\mathbf{C}'' \mathbf{R}_{\mathbf{C}'}$  beschreibt die Rotation von  $\mathbf{C}'$  in das Kamerasystem der rechten Kamera  $\mathbf{C}''$ .



**Abbildung 3.1.1.:** Visualisierung des verwendeten Stereokameramodells. Die transparenten Kegel symbolisieren die Blickrichtung der Kameras. Die Abbildung zeigt den Normalfall der relativen Orientierung. Der Normalfall ist jedoch keine Voraussetzung für die Anwendbarkeit des in diesem Kapitel vorgestellten Verfahrens.

Die Beobachtungen sind durch 2D-Bildkoordinaten  $\mathbf{x}'_{it}$  und  $\mathbf{x}''_{it}$  in den Bildern beider Kameras und deren Genauigkeiten, repräsentiert durch die Kovarianzmatrizen  $(C'_{xx})_{it}$  und  $(C''_{xx})_{it}$ , gegeben. Der Index  $t$  bezeichnet den Aufnahmezeitpunkt. Als Aufnahmezeitpunkt eines Bildes sei hier seine Position in der zeitlichen Bildreihenfolge zu verstehen. Die stereoskopische und temporale Zuordnung der Bildpunkte ist gegeben. Konsekutive Bildpunkte  $\mathbf{x}'_{it}, \mathbf{x}'_{it+1}$  sowie  $\mathbf{x}''_{it}, \mathbf{x}''_{it+1}$  mit gleichem Index  $i$  beschreiben deshalb den gleichen Objektpunkt  $P_i$ . Die 3D-Koordinaten  ${}^C\mathbf{X}_{it}$  der beobachteten Punkte  $P_i$  im Kamerasystem  $\mathbf{C}$  zu jedem Aufnahmezeitpunkt  $t$  folgen aus dem Vorwärtsschnitt der Bildkoordinaten  $\mathbf{x}'_{it}$  und  $\mathbf{x}''_{it}$ , unter Berücksichtigung der relativen Orientierung. In Abschnitt 3.1.5 geben wir Referenzen zu verschiedenen Verfahren für die Berechnung des Vorwärtsschnitts. Die Genauigkeiten  $(C_{XX})_{it}$  der 3D-Koordinaten errechnen sich durch Fehlerfortpflanzung. Die zeitlich geordnete Menge von Beobachtungen eines Objektpunktes  $P_i$  bezeichnen wir im Folgenden als *Track des Punktes  $P_i$*  oder kurz *Track  $i$* . Ein Track  $i$  wird zu einem Zeitpunkt  $t$  als *aktiv* bezeichnet, wenn eine Beobachtung  ${}^C\mathbf{X}_{it}$  existiert. Weiterhin ist eine Vorsegmentierung der Bildpunkte in Objekt und Hintergrund bekannt. Punkte, die nicht zu dem zu beobachtenden Objekt gehören, gehen nicht als Beobachtungen in den Ausgleichsprozess ein. Eine teilweise fehlerhafte Segmentierung ist jedoch möglich.

Für die Modellkonstruktion treffen wir zunächst einige zusätzliche, vereinfachende Annahmen. Wir betrachten die stereoskopische und temporale Zuordnung der Bildpunkte und deren Segmentierung vorerst als fehlerfrei. Das Objekt selbst gilt als in sich starr. Unterschiede in den Koordinaten eines Punktes zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten sind daher nur auf Rauschen und tatsächliche Objektbewegungen zurückzuführen. Bewegungen von Punkten auf der Objektfläche sind also per Annahme ausgeschlossen. Den Umgang mit Verletzungen dieser Annahmen und deren Auswirkungen besprechen wir in Abschnitt 3.4. Des Weiteren nehmen wir das Rauschen der beobachteten 3D-Koordinaten als Gauß-verteilt an, worauf wir in Abschnitt 4.1.2 näher eingehen.

### 3.1.2. Nichtlineares funktionales Modell

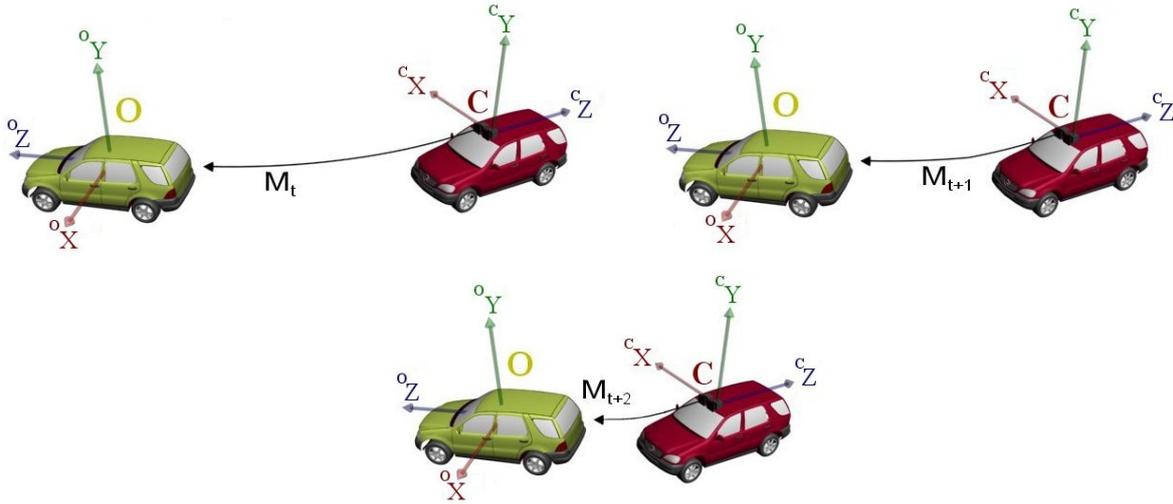
Um die relative Bewegung des beobachteten Objektes gegenüber der Kamera zu bestimmen, genügt es, dessen Position im Kamerasystem zu jedem Aufnahmezeitpunkt zu erfassen. Die Bewegung zwischen den Zeitpunkten ergibt sich dann als Differenz aufeinanderfolgender Positionen. Das Objekt wird dabei durch ein, an die beobachtete Punktwolke gekoppeltes, Koordinatensystem definiert. Diese Definition betrachten wir in Abschnitt 3.7.1 genauer.

Die Position im Kamerasystem ist dann zu jeder Zeit durch eine Starrkörpertransformation  $M_t$  gegeben. Diese Transformation beschreibt die Bewegung des Dreibeins, welches das Kamerasystem definiert, in das Dreibein des Objektsystems, wie in Abbildung 3.1.2 dargestellt. Sie kann auch interpretiert werden als Transformation des Referenzsystems von beobachtetem in beobachtendes System, das heißt vom Objektsystem ins Kamerasystem.

So ergibt sich in homogener Schreibweise und mit Kennzeichnung der Koordinatensysteme der Zusammenhang

$${}^C\mathbf{X}_{it} = ({}^C M_O)_t \mathbf{O}\mathbf{X}_{it} = \begin{bmatrix} ({}^C R_O)_t & ({}^C T_O)_t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{O}\mathbf{X}_{it} \quad (3.1.3)$$

zwischen den Koordinaten des Punktes  $i \in 1, \dots, n$  in Objektsystem  $\mathbf{O}$  und Kamerasystem  $\mathbf{C}$  zum Zeitpunkt  $t \in 1, \dots, m$ .



**Abbildung 3.1.2.:** Visualisierung des zugrundeliegenden Modells mit dem System des beobachteten Objektes  $\mathbf{O}$  und dem Kamerasystem  $\mathbf{C}$  zu den Zeitpunkten  $t$ ,  $t+1$ ,  $t+2$

Das beobachtete Objekt bleibt, wie in Abschnitt 3.1.1 erläutert, per Annahme über die Zeit in sich starr. D.h., es bewegt sich nur als Ganzes, und Bewegungen von Punkten innerhalb des Objektsystems werden durch das Modell an sich nicht berücksichtigt. Die Punktwolke bleibt aus Sicht des Systems  $\mathbf{O}$  also unverändert. Dies führt zu einer Verknüpfung der Gleichungen (3.1.3) über die Zeit durch die Eliminierung des Index  $t$  aus  $\mathbf{O}\mathbf{X}_{it}$ .

In vereinfachter Schreibweise, ohne Systemkennzeichnungen, ergibt dies

$${}^t\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} R_t & T_t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_i = M_t \mathbf{X}_i \quad (3.1.4)$$

mit

$$R_t := ({}^C R_O)_t, T_t := ({}^C T_O)_t, {}^t\mathbf{X}_i := {}^C\mathbf{X}_{it}, \mathbf{X}_i := \mathbf{O}\mathbf{X}_i \quad (3.1.5)$$

Gleichung (3.1.4) bildet einen nichtlinearen funktionalen Zusammenhang der Beobachtungen  ${}^t\mathbf{X}_i$  auf der linken Seite und der unbekannt Parameter  $\mathbf{r}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{X}_i$  auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens:

$${}^t\mathbf{X}_i = \mathbf{f}(\mathbf{r}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{X}_i) \quad (3.1.6)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{r}_t$  die Parameter der Rotation  $R_t := R(\mathbf{r}_t)$  in Rodriguezrepräsentation. Die Rodriguezrepräsentation von Rotationen und ihre Eigenschaften sind in [McGlone *et al.*, 2004, Abschnitt 2.1.2] beschrieben.

Anschaulich betrachtet, wird also sowohl die Position des Fahrzeugs, gegeben durch die Parameter  $\mathbf{r}_t$  und  $\mathbf{T}_t$ , als auch seine durch die Punkte  $\mathbf{X}_i$  approximierte Form gesucht.

Vereinfacht ergibt sich durch Definition der Beobachtungen  $\mathbf{l}_{it} := {}^t\mathbf{X}_i$  und der unbekannt Parameter  $\mathbf{p}_{it} := ((\mathbf{p}_t^r)^\top, (\mathbf{p}_t^T)^\top, (\mathbf{p}_i^X)^\top)^\top$ , mit  $\mathbf{p}_i^X = \mathbf{X}_i$ ,  $\mathbf{p}_t^r = \mathbf{r}_t$  und  $\mathbf{p}_t^T = \mathbf{T}_t$ , das funktionale Modell

$$\mathbf{l}_{it} = \mathbf{f}(\mathbf{p}_{it}), i = 1, \dots, n, t = 1, \dots, m \quad (3.1.7)$$

welches nichtlinear in den unbekannt Parametern  $\mathbf{p}_{it}$  ist.

### 3.1.3. Linearisierung

Zur Linearisierung der Modellgleichung an einem Linearisierungspunkt  $\mathbf{p}_{it}^{(0)}$  fügen wir Näherungswerte und Verbesserungen ein und erhalten mit den vereinfachenden Notationen

$$\Delta\mathbf{X}_i := \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{X}_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.8)$$

$$\Delta\mathbf{M}_t := \begin{bmatrix} R(\Delta\mathbf{r}_t) & \Delta\mathbf{T}_t \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} I_3 + S(\Delta\mathbf{r}_t) & \Delta\mathbf{T}_t \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.9)$$

$$\mathbf{M}_t^{(0)} := \begin{bmatrix} R(\mathbf{r}_t^{(0)}) & \mathbf{T}_t^{(0)} \\ \mathbf{0}^\top & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.10)$$

das linearisierte Modell:

$${}^t\mathbf{X}_i = \Delta\mathbf{M}_t\mathbf{M}_t^{(0)}(\mathbf{X}_i^{(0)} + \Delta\mathbf{X}_i) \quad (3.1.11)$$

$$= \Delta\mathbf{M}_t\mathbf{M}_t^{(0)}\mathbf{X}_i^{(0)} + \Delta\mathbf{M}_t\mathbf{M}_t^{(0)}\Delta\mathbf{X}_i \quad (3.1.12)$$

Die Herleitung der Approximation von Rotationen um kleine Winkel durch  $R(\Delta\mathbf{r}_t) \approx I_3 + S(\Delta\mathbf{r}_t)$  ist in [McGlone *et al.*, 2004, Abschnitt 2.1.2.9 ff] dargelegt. Die Matrix  $S(\mathbf{x})$  bezeichnet die schiefsymmetrische Matrix zum Dreivektor  $\mathbf{x}$ .

Aus Gleichung (3.1.12) ergibt sich die folgende Zerlegung der Parameter in Näherungswerte und Verbesserungen:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_i^{(0)} + \Delta\mathbf{X}_i \quad (3.1.13)$$

$$\mathbf{T}_t = R(\Delta\mathbf{r}_t)\mathbf{T}_t^{(0)} + \Delta\mathbf{T}_t \quad (3.1.14)$$

$$R_t(\mathbf{r}_t) = R(\Delta\mathbf{r}_t)R(\mathbf{r}_t^{(0)}) \quad (3.1.15)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Korrektur der Rotationsmatrix multiplikativ ist und dass sich Korrekturen der Rotation auch auf die Translation auswirken.

Unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung verschwindet die Verbesserung  $\Delta\mathbf{M}_t$  im 2. Summanden der Gleichung (3.1.12):

$$\Delta\mathbf{M}_t\mathbf{M}_t^{(0)}\Delta\mathbf{X}_i \approx \begin{bmatrix} (I_3 + S(\Delta\mathbf{r}_t))R(\mathbf{r}_t)\Delta\mathbf{X}_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(\mathbf{r}_t)\Delta\mathbf{X}_i + O^2 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \mathbf{M}_t^{(0)}\Delta\mathbf{X}_i \quad (3.1.16)$$





und damit zu verbesserten Näherungswerten  $\widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu+1)}$ ,  $\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu+1)}$  und  $\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu+1)}$ :

$$\widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu+1)} = \widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu)} + \Delta\widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu)} \quad (3.1.32)$$

$$\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu+1)} = R(\Delta\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)})\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} + \Delta\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} \quad (3.1.33)$$

$$R(\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu+1)}) = R(\Delta\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)})R(\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)}) \quad (3.1.34)$$

Die Matrix  $R(\Delta\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)})$  ist die Rotationsmatrix aus den Rodriguezparametern  $\Delta\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)}$ . Einsetzen von (3.1.32) bis (3.1.34) in die Gleichungen (3.1.24) bis (3.1.26) liefert die neue Designmatrix  $A^{\nu+1}$  und damit  $\widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(\nu+1)}$ . Die Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $C_{ll}$  bleibt unverändert.

Die Iteration wird fortgeführt, bis eine maximale Iterationsanzahl erreicht oder ein bestimmtes Abbruchkriterium erfüllt ist.

Alternativ können an dieser Stelle robustheitssteigernde Verfahren, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, zur Berechnung von  $\widehat{\Delta\mathbf{p}}^{(\nu+1)}$  verwendet werden.

### 3.1.7. Datumsfestlegung

Im Folgenden soll auf die Definition des Objektkoordinatensystems  $\mathbf{O}$  eingegangen werden. Diese ist, aufgrund der gebündelten Schätzung der relativen Position von  $\mathbf{O}$  zum Kamerasystem und der Position der Objektpunkte  $\mathbf{X}_i$  im Objektsystem, nicht trivial. Initial werden diese Positionen durch die Näherungswerte  $\mathbf{T}_t^{(0)}$  und  $\mathbf{r}_t^{(0)}$  bzw.  $\mathbf{X}_i^{(0)}$  vorgegeben. Die Berechnung dieser Näherungswerte beschreiben wir in Abschnitt 3.7. Die Koordinaten der Objektpunkte  $\mathbf{X}_i$  in  $\mathbf{O}$  variieren je nach Definition des Objektsystems. Beispielsweise induziert eine Verschiebung von  $\mathbf{O}$  relativ zum Kamerasystem eine entgegengesetzte Verschiebung der Objektpunkte relativ zu  $\mathbf{O}$ . Aus Sicht des Kamerasystems bleiben die Koordinaten dabei unverändert. Es liegt also tatsächlich keine Bewegung der Punktwolke vor. Diese Abhängigkeit führt zu einem Rangdefekt in der Designmatrix  $A$  und damit zu einem unterbestimmten Normalgleichungssystem.

Um diesen Rangdefekt zu beheben, müssen wir weitere Bedingungen an die Parameterupdates  $\widehat{\Delta\mathbf{p}}$  stellen. Dies geschieht entsprechend der in Abschnitt 2.1.6 vorgestellten Vorgehensweise so, dass die Bedingungsmatrix  $H$  den Nullraum der Designmatrix  $A$  aufspannt. Sinnvolle Bedingungen ergeben sich durch die Betrachtung der Auswirkungen einer Systemverschiebung. Da das Objekt durch das Objektkoordinatensystem definiert ist, sind Bewegungen des Objektes gleichbedeutend mit Bewegungen von  $\mathbf{O}$ . Eine Änderung der Orientierung von  $\mathbf{O}$ , die nicht auf einer Punktwolkenbewegung basiert, würde also zu einer scheinbaren Bewegung des beobachteten Objektes führen. Die anhand der Näherungswerte definierte Orientierung des Koordinatensystems zur Punktwolke soll daher unverändert beibehalten werden.

Die Bedingungen müssen also Änderungen von Schwerpunkt und Hauptachsen, aus Sicht des Objektsystems, durch den Parameterupdate der jeweiligen Iteration  $\nu$  unterbinden. Um den Schwerpunkt zu erhalten, setzen wir die Summe der Updates der Achsenkoordinaten per Bedingung auf Null.

$$\sum_{i=1}^n \Delta\widehat{\mathbf{p}}_i^{\mathbf{X}^{(\nu)}} = \mathbf{0} \quad (3.1.35)$$

Die Hauptachsen werden erhalten, indem wir die Verhältnisse der Achsen zueinander beibehalten.

$$\sum_{i=1}^n S(\mathbf{X}_i^{(\nu)})\Delta\widehat{\mathbf{p}}_i^{\mathbf{X}^{(\nu)}} = \mathbf{0} \quad (3.1.36)$$

Sei  $(X_i, Y_i, Z_i)^\top := \mathbf{X}_i^{(\nu)}$ , so ergibt sich die Bedingungsmatrix:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_1 & Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & Z_1 & 0 & -X_1 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_1 & X_1 & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & 1 & 0 & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & 1 & -Y_i & X_i & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_n & Y_n \\ 0 & 1 & 0 & Z_n & 0 & -X_n \\ 0 & 0 & 1 & -Y_n & X_n & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.37)$$

und der Bedingungsvektor:

$$\mathbf{c}_h = \mathbf{0} \quad (3.1.38)$$

Das Objektkoordinatensystem wird also durch die Näherungswerte definiert und bleibt durch die Verbesserungen  $\Delta \mathbf{p}$  per Bedingung unverändert. Die Festlegung des Koordinatensystems ist daher direkt von den Näherungswerten der Orientierungsparameter abhängig.

Eine alternative Möglichkeit der Datumsfestlegung ist durch die Definition des Objektkoordinatensystems durch drei Punkte der Punktwolke  $\mathbf{X}_1 = [x_1, y_1, z_1]^\top$ ,  $\mathbf{X}_2 = [x_2, y_2, z_2]^\top$  und  $\mathbf{X}_3 = [x_3, y_3, z_3]^\top$  gegeben. Dazu legen wir den Ursprung in  $\mathbf{X}_1$ . Die Richtung zum Punkt  $\mathbf{X}_2$  definiert die X-Achse. Der Punkt  $\mathbf{X}_3$  verhindert Drehungen um die X-Achse, liegt also in der XY-Ebene. Daraus folgen für jede Iteration  $\nu$  die Bedingungen

$$\widehat{x}_1^{(\nu)} = \widehat{y}_1^{(\nu)} = \widehat{z}_1^{(\nu)} = \widehat{y}_2^{(\nu)} = \widehat{z}_2^{(\nu)} = \widehat{z}_3^{(\nu)} = 0 \quad (3.1.39)$$

und damit die Bedingungen an die geschätzten Verbesserungen:

$$\widehat{\Delta x}_1^{(\nu)} = \widehat{\Delta y}_1^{(\nu)} = \widehat{\Delta z}_1^{(\nu)} = \widehat{\Delta y}_2^{(\nu)} = \widehat{\Delta z}_2^{(\nu)} = \widehat{\Delta z}_3^{(\nu)} = 0 \quad (3.1.40)$$

Formulieren wir diese Bedingung um, erhält sie die geforderte Form und kann in die Bedingungsmatrix  $H$  aufgenommen werden:

$$0 = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 0 & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{\Delta \mathbf{X}}_1 \\ \widehat{\Delta \mathbf{X}}_2 \\ \widehat{\Delta \mathbf{X}}_3 \end{pmatrix} \quad (3.1.41)$$

Das Problem an dieser Form der Datumsfestlegung ist, dass die Genauigkeit des Objektkoordinatensystems vollkommen von den Genauigkeiten der drei Punkte abhängig ist. Fehler in den Punkten wirken sich also direkt auf die geschätzte Lage des Objektkoordinatensystems aus.

## 3.2. Auswahl eines geeigneten Zeitfensters

In diesem Unterkapitel gehen wir näher auf die Auswahl der an der Ausgleichung beteiligten Aufnahmezeitpunkte ein. Mit dem *Zeitfenster* einer Ausgleichung bezeichnen wir im Folgenden die Menge der Zeitpunkte, die in diese Ausgleichung eingehen.

Um offline die gesuchten Parameter  $\mathbf{p}_t$  aller Zeitpunkte  $t = 1, \dots, m$  einer abgeschlossenen Bildfolge zu bestimmen, wäre es statistisch optimal, eine Ausgleichung über das gesamte Zeitfenster

1, ..., n vorzunehmen. Bei einer Onlineanwendung, wie der Fahrzeugdetektion, besteht die Notwendigkeit, für jeden neu hinzukommenden Aufnahmezeitpunkt, im Folgenden als  $t_{neu}$  bezeichnet, die Parameter  $\mathbf{p}_{t_{neu}}$  in einer neuen Ausgleichung zu bestimmen. Auch hier wäre es optimal, die Informationen aller bisher zur Verfügung stehenden Zeitpunkte  $t = 1, \dots, t_{neu}$  zu nutzen. Mit der Größe des Zeitfensters steigt jedoch die Größe des Normalgleichungssystems und damit die Komplexität der Ausgleichung drastisch. Die maximale Größe des Zeitfensters wird also durch die Art der Anwendung und der verwendeten Hardware beschränkt. Der Hintergrund der Echtzeitfähigkeit verbietet es daher, beliebig große Zeitfenster zu wählen.

### 3.2.1. Gleitendes Zeitfenster

Die einfachste Auswahl der verwendeten Zeitpunkte für eine Onlineberechnung der Parameter zum Zeitpunkt  $t$  ist das Zeitfenster  $\mathcal{M}_t := \{t - m + 1, \dots, t\}$ . Dabei ist  $m$  eine für die verfügbare Rechenleistung und die Anforderungen der Anwendung verträgliche Zeitfenstergröße. Für die Ausgleichung am Zeitpunkt  $t + 1$  verschiebt sich das gesamte Zeitfenster auf  $\mathcal{M}_{t+1} = \{t - m + 2, \dots, t + 1\}$ . Das erste Zeitfenster dieser Folge  $\mathcal{M}_{initial} = \{t_0, \dots, t_0 + m - 1\}$  bezeichnen wir im Weiteren als *initiales Zeitfenster* und den ersten Zeitpunkt  $t_0$  als *initialen Zeitpunkt*. Die Formulierung *Ausgleichung am Zeitpunkt  $t$*  ist gleichbedeutend mit *Ausgleichung über das Fenster  $\mathcal{M}_t$* . In Abbildung 3.2.3 ist das Prinzip des gleitenden Zeitfensters visualisiert.

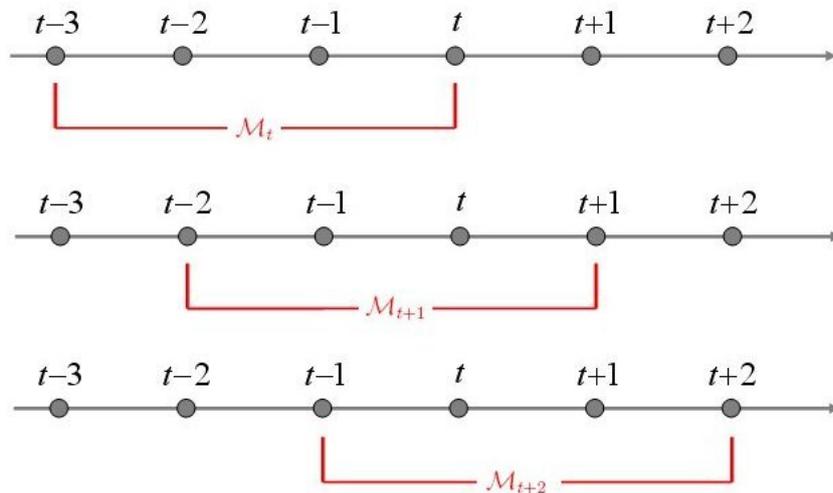
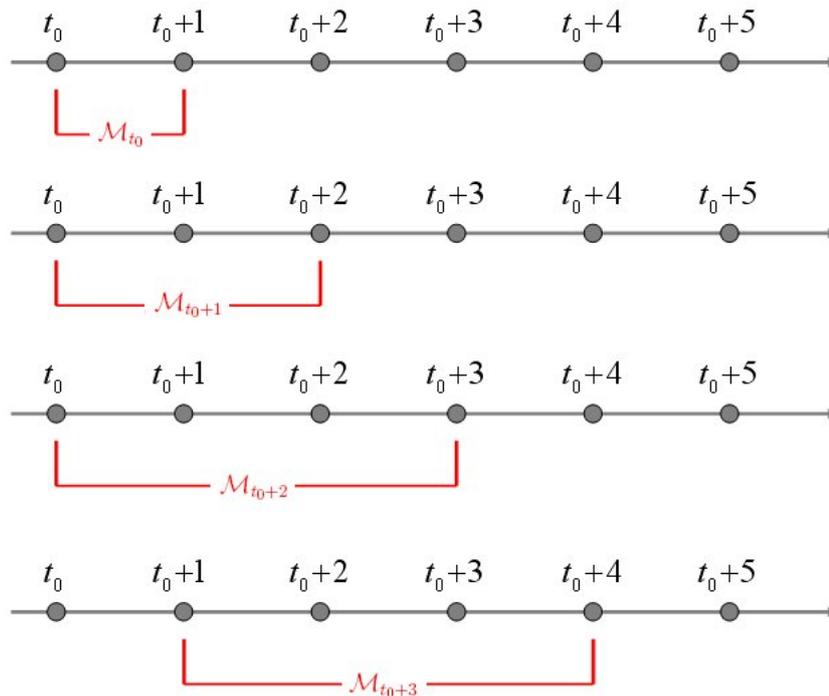


Abbildung 3.2.3.: Gleitendes Zeitfenster mit einer Fenstergröße von  $m = 4$

Um möglichst zeitnah nach Beginn der Aufnahme Ergebnisse zu erhalten, sollte für die Einleitung des Ausgleichungsprozesses das Erreichen der maximalen Zeitfenstergröße  $m$  nicht abgewartet werden. Vielmehr ist es sinnvoll, die initiale Ausgleichung über ein minimales Zeitfenster  $m_0$  durchzuführen und die folgenden Zeitfenster bis zur Zeitfenstergröße  $m$  durch den jeweils neu hinzugekommenen Zeitpunkt zu erweitern. Diese Vorgehensweise ist in Abbildung 3.2.4 veranschaulicht.



**Abbildung 3.2.4.:** Gleitendes Zeitfenster mit einer maximalen Fenstergröße von  $m = 4$  und einer initialen Fenstergröße von  $m_0 = 2$

Dieses *gleitende Zeitfenster* ist insbesondere für die Szenerie eines entgegenkommenden Fahrzeugs eine sinnvolle Wahl. Es gehen dann jeweils die der Kamera nahegelegensten und damit im Allgemeinen sichersten Beobachtungen in die Ausgleichung ein.

### 3.2.2. Alternative Auswahlstrategien

Je nach Szenerie und Anforderung bieten sich alternative Auswahlstrategien an, die hier zwar erwähnt, aber im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt werden sollen.

Im Falle eines überholenden bzw. sich von der Kamera entfernenden Fahrzeugs werden die Beobachtungen mit zunehmender Entfernung im Allgemeinen schlechter. Daher wäre es sinnvoll, möglichst viele Informationen aus den frühen Zeitpunkten zu speichern. D.h., ältere Zeitpunkte überleben länger im Zeitfenster, während die Dichte der neuen Zeitpunkte reduziert wird, um die Fenstergröße beizubehalten. Die Zeitspanne, über die sich das Fenster erstreckt, ist jedoch nicht zuletzt durch die Lebensspanne der Tracks begrenzt, welche die Zeitpunkte miteinander verknüpfen. Dies ist ein Grund, weshalb wir diesen Ansatz hier nicht weiter verfolgen.

Eine weitere sinnvolle Vorgehensweise wäre das Auslassen einzelner, a priori als ungünstig bekannter Zeitpunkte. Dies könnte beispielsweise ein Aufnahmezeitpunkt sein, bei dem der Scheibenwischer die Kamerasicht auf das Objekt verdeckt.

### 3.3. Auswahl geeigneter Objektpunkte

Ein weiterer Ansatz Rechenzeit einzusparen, ist eine sinnvolle Reduzierung der in die Ausgleichung eingehenden Beobachtungen. Eine einfache Vorgehensweise ist die Forderung einer minimalen Überlappung  $\Theta_{min}$  jedes Tracks mit dem Zeitfenster. Die minimale Überlappung  $\Theta_{min}$  könnte beispielsweise als halbe Zeitfenstergröße bestimmt werden. Dies führt zu einer Eliminierung kurzer und schwach in das Zeitfenster hineinragender Tracks. Die Intuition dabei ist, dass kurze Tracks weniger Zeitpunkte verknüpfen und eine höhere Anfälligkeit für Ausreißer besitzen. Die Menge der

Tracks, welche in die Ausgleichung zu einem Zeitpunkt  $t$  eingehen, nennen wir im Folgenden  $\mathcal{I}_t$ . Die Menge der gemeinsamen Zeitpunkte von Track  $i$  und Zeitfenster  $\mathcal{M}_t$  wird mit  $\Theta_{it}$  bezeichnet.

Analog zu 3.2.2 sind auch hier Alternativen denkbar. Möglich wäre eine Bewertung der Tracks in Abhängigkeit von der Entfernung des Objektes zur Kamera an den Überlappungszeitpunkten von Track und Zeitfenster.

### 3.4. Ausreißerdetektion

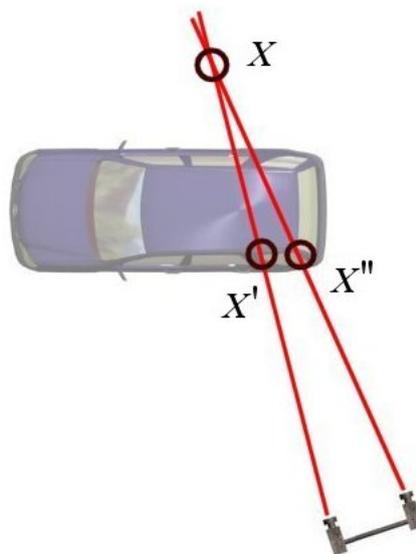
Die Aussagekraft der geschätzten Parameter hängt von der Gültigkeit der Annahmen aus 3.1.1 ab. Abhängig von der Art der verletzten Annahme ergeben sich Ausreißer in den beobachteten Daten, die nun wiederum die Annahme der Gauß-Verteilung der Beobachtungen verletzen. Besteht eine starke Abweichung der Verteilung der Beobachtungen zur Gauß-Verteilung, so ist durch eine Lösung des Gleichungssystems 2.1.16 nicht länger ein geeigneter Schätzer für die unbekannt Parameter gegeben. Im Folgenden präsentieren wir zunächst verschiedene Arten von Ausreißern und stellen im Weiteren einige Methoden zur Detektion und Eliminierung der Ausreißer, getrennt in A-priori- und A-posteriori-Verfahren, vor. In einer anschließenden Diskussion bewerten wir diese unter verschiedenen Gesichtspunkten.

Aus implementierungstechnischen Gründen und zu Vergleichszwecken verzichten wir darauf, einzelne beobachtete Punkte oder gar einzelne Koordinaten als Ausreißer zu definieren. Als Ausreißer bezeichnen wir die jeweiligen Tracks, die diese fehlerhaften Punkte oder Koordinaten enthalten.

#### 3.4.1. Ausreißerarten

Die Gründe für Ausreißer können vielfältig sein. Wir wollen in diesem Abschnitt einige Beispiele für Ausreißer in den Beobachtungen geben.

Das Auftreten von Ausreißern geht im Allgemeinen mit einer Verletzung der in 3.1.1 gestellten Annahmen einher. Eine falsche stereoskopische Zuordnung der Bildpunkte führt zu der in Abbildung 3.4.5 dargestellten Situation. Die zugeordneten Bildpunkte sind Abbildungen zweier unterschiedlicher Oberflächenpunkte  $\mathbf{X}'$  und  $\mathbf{X}''$  des Objektes. Der per Vorwärtsschnitt rekonstruierte Punkt  $\mathbf{X}$  liegt im Allgemeinen nicht auf der Objektoberfläche und besitzt zu dem Objekt keinen eindeutigen Zusammenhang. Ausreißer dieser Art können vereinzelt innerhalb eines Tracks auftreten.



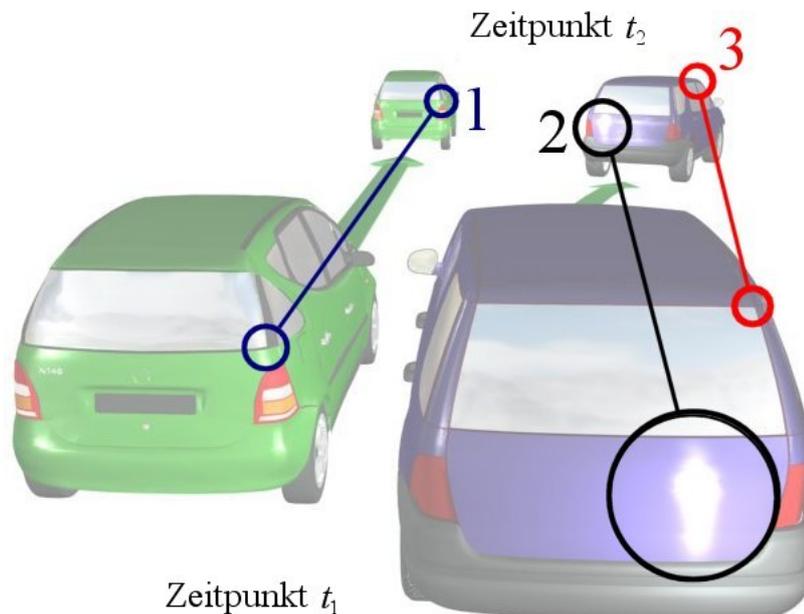
**Abbildung 3.4.5.:** Beispiel für einen Ausreißer aus fehlerhafter stereoskopischer Zuordnung der Bildpunkte

In Abbildung 3.4.6 werden drei weitere Typen von Ausreißern veranschaulicht. Dargestellt sind zwei Fahrzeuge, die sich grob in die gleiche Richtung bewegen. Die Fahrzeuge sind jeweils für zwei aufeinanderfolgende Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  abgebildet. Wir betrachten Beispiele für Ausreißer in den Beobachtungen bei einer Schätzung der Trajektorie des rechten Fahrzeugs.

Bei falscher temporaler Zuordnung ändert sich die Zuordnung von Track und Oberflächenpunkt. D.h., der betroffene Track beschreibt nun einen anderen Oberflächenpunkt. Eine solche Fehlzuordnung ist in Abbildung 3.4.6 mit der Nummer 3 markiert. Diese Änderung der Zuordnung täuscht eine Bewegung des Punktes vor. Die Bewegung deckt sich nicht mit den Beobachtungen der anderen Tracks, kann jedoch die geschätzte Objekttrajektorie verfälschen.

Eine weitere Ursache für Ausreißer stellt eine fehlerhafte Segmentierung der Bilder dar. Unterscheidet sich die Bewegungstrajektorie des auf den fehlerhaft segmentierten Bildpunkt abgebildeten Objektes deutlich von der Trajektorie des verfolgten Objektes, so ist dieser Ausreißer im Allgemeinen stabil detektierbar. Sind die Trajektorien jedoch ähnlich, wie im abgebildeten Fall nebeneinanderfahrender Fahrzeuge, so ist eine Detektion des Ausreißers extrem schwierig. Die Bildmarkierung mit der Nummer 1 beschreibt einen solchen, falsch segmentierten Punkt.

Abschließend betrachten wir die Auswirkungen von Verletzungen der Starrheit des Objektes. Ein Beispiel für eine solche Verletzung ist das Auftreten von Spiegelungen auf der Fahrzeugoberfläche. Darunter fallen sowohl Spiegelungen von Lichtquellen, sogenannte *Highlights*, wie auch Spiegelungen der Objektumgebung. Solche Spiegelungen sind insbesondere bei der Betrachtung von Fahrzeugen unter freiem Himmel zu beobachten. Eine solche Spiegelung ist in der Abbildung mit der Nummer 3 markiert. Das Highlight auf der Fahrzeugoberfläche, und damit der getrackte Punkt, bewegen sich relativ zum Fahrzeug. Auch hier täuscht der Track eine Bewegung vor, die nicht der tatsächlichen Fahrzeugbewegung entspricht.



**Abbildung 3.4.6.:** Verschiedene Typen von Ausreißern in den Beobachtungen bei einer Trajektorien-schätzung des rechten Fahrzeugs. Dargestellt sind Beispiele für Ausreißer bei fehlerhafter Segmentierung (1), bei auftretenden Spiegelungen (2) und bei fehlerhafter temporaler Zuordnung (3).

### 3.4.2. A-priori-Verfahren

In diesem Abschnitt stellen wir Verfahren vor, die im Gegensatz zu den in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen A-posteriori-Verfahren vor Beginn des Ausgleichsprozesses Ausreißer aus den Beobach-

tungsdaten filtern.

### 3.4.2.1. Detektion per Vorwissen

Ein einfaches heuristisches Verfahren zur A-priori-Detektion von Ausreißern in den Beobachtungsdaten ist durch den Vergleich der beobachteten Punktwolkenstruktur und Vorwissen über die Objektausmaße gegeben. Dabei betrachten wir den euklidischen Abstand der beobachteten Punkte zum Punktwolkenschwerpunkt. Ist dieser deutlich größer als die maximalen Objektausmaße zulassen, kann der Punkt und damit der Track als Ausreißer betrachtet werden. Bei der Wahl des Schwellwertes ist darauf zu achten, dass das Rauschen in den beobachteten Punktkoordinaten  ${}^t\mathbf{X}_i$  mit zunehmender Entfernung des Objektes zur Kamera, insbesondere in Sichtstrahlrichtung, deutlich ansteigt. Der Schwellwert  $S$  sollte daher adaptiv zur Entfernung des Punktwolkenschwerpunktes zur Kamera gewählt werden. Wir bezeichnen die maximale Ausdehnung des Objektes mit  $S_0$ . Der Wert  $S_0$  stellt den initialen, vorgegebenen Schwellwert dar, auf dessen Basis wir den adaptiven Schwellwert  $S$  berechnen. Um eine Näherung für das maximale Rauschen der Objektpunkte zu erlangen, bestimmen wir zunächst die euklidische Entfernung  $D$  des Schwerpunktes zur Kamera. Die theoretisch maximale Entfernung eines Objektpunktes zur Kamera ist dann offensichtlich durch  $S_0 + D$  gegeben. Der Einfachheit halber behandeln wir den Punkt, als würde er auf der Z-Achse des Kamerasystems liegen. Die Rauschvarianz in Sichtrichtung entspricht dann der Rauschvarianz in Z-Richtung.

Nun bilden wir den Punkt  $\mathbf{X} = [0, 0, S_0 + D]^T$  per  $P'$  und  $P''$  auf die Bildpunkte

$$\mathbf{x}' = P' \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

$$\mathbf{x}'' = P'' \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

ab. Per Fehlerfortpflanzung des Vorwärtsschnittes berechnen wir nun analog zu Abschnitt 3.1.5 die Kovarianzmatrix  $C_{XX}$  des Punktes  $\mathbf{X}$ . Die Rauschvarianz in Beobachtungsrichtung ist dann durch  $[C_{XX}]_{33}$  gegeben. Damit erhalten wir die maximal mögliche Entfernung eines Objektpunktes zum Objektschwerpunkt im Sinne einer 2-Sigma-Umgebung:

$$S = S_0 + 2\sqrt{[C_{XX}]_{33}} \quad (3.4.3)$$

Der Wert  $S$  ist der adaptive Schwellwert.

Dieses Verfahren kann auch a posteriori anhand der ins Kamerasystem transformierten ausgeglichenen Punktwolke angewendet werden.

### 3.4.2.2. Random Sample Consensus

Eine bekannte Vorgehensweise zur Detektion von Ausreißern ist das RANSAC-Verfahren. Dieses Verfahren ist in [McGlone *et al.*, 2004, Abschnitt 2.2.6.4] beschrieben. Ein solcher Ansatz für das vorgestellte Ausgleichungsverfahren könnte folgendermaßen aufgebaut sein. Wir wählen zufällig drei Tracks  $i_1, i_2, i_3$ , die sich über das gesamte Zeitfenster der Ausgleichung erstrecken. Für jeden Zeitpunkt  $t$  des aktuellen Zeitfensters  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  errechnen wir aus den aktuellen Punktkoordinaten dieser Tracks die Transformationsparameter  $\mathbf{T}_t$  und  $\mathbf{r}_t$  des Objektkoordinatensystems. Dafür wird der Ursprung in den Punkt  ${}^t\mathbf{X}_{i_1}$  gelegt und die Achsen des Koordinatensystems werden anhand der Richtungsvektoren  $\mathbf{b} := {}^t\mathbf{X}_{i_2} - {}^t\mathbf{X}_{i_1}$  und  $\mathbf{c} := {}^t\mathbf{X}_{i_3} - {}^t\mathbf{X}_{i_1}$  berechnet. Mit der Annahme, dass keine Kollinearität der Punkte vorliegt, ergeben sich die Orientierungsparameter zu:

$$\mathbf{T}_t = {}^t\mathbf{X}_{i_1} \quad (3.4.4)$$

$$R(\mathbf{r}_t) = \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{b} \times \mathbf{c} \\ |\mathbf{b}| & |\mathbf{b} \times \mathbf{c}| \\ & \frac{\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})}{|\mathbf{b} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})|} \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

Die Schreibweise  $b \times c$  bezeichnet dabei das Kreuzprodukt der Vektoren  $b$  und  $c$ . Die Genauigkeiten  $(COO)_{it}$  der Orientierungsparameter folgen per Fehlerfortpflanzung aus den Punktgenauigkeiten  $(Cu)_{it}$  im klassischen Sinne oder per Unscented Transformation. Auf Basis dieser Ergebnisse überprüfen wir nun alle übrigen Tracks, ob sie die berechneten Parameter bestätigen. Dafür werden für jeden Track  $i \notin \{i_1, i_2, i_3\}$  die Trackkoordinaten  ${}^t \mathbf{X}_i$  zum ersten Überlappungszeitpunkt  $t_1 := \min \Theta_{it_{neu}}$  in die errechneten Objektkoordinatensysteme aller anderen Zeitpunkte  $t \in \Theta_{it_{neu}} \setminus t_1$  projiziert:

$$\overline{{}^t \mathbf{X}_i} = R(\mathbf{r}_t) \left( R(\mathbf{r}_{t_1})^\top {}^{t_1} \mathbf{X}_i - R(\mathbf{r}_{t_1})^\top \mathbf{T}_{t_1} \right) + \mathbf{T}_t \quad (3.4.6)$$

Die Kovarianzmatrizen  $\overline{(Cu)_{it}}$  der projizierten Punkte ergeben sich wiederum aus der Fehlerfortpflanzung der Genauigkeiten  $(COO)_{it}$  und  $(Cu)_{it_1}$ .

Um die Lösung zu bestätigen, sollte der projizierte Punkt innerhalb einer 2-Sigma-Umgebung des beobachteten Punktes, gemäß der Genauigkeiten beider Punkte, liegen. Das heißt, die Mahalanobis-Distanz

$$D_M^{it} := ({}^t \mathbf{X}_i - \overline{{}^t \mathbf{X}_i})^\top \left( (Cu)_{it} + \overline{(Cu)_{it}} \right)^{-1} ({}^t \mathbf{X}_i - \overline{{}^t \mathbf{X}_i}) \quad (3.4.7)$$

zwischen projiziertem und beobachtetem Punkt, zum jeweiligen Zeitpunkt  $t$ , muß kleiner sein als das 0.05-Quantil der Standardnormalverteilung  $\mathcal{Q}_{.05}(\mathcal{N}(0, 1))$ . Dabei gehen wir davon aus, dass  ${}^t \mathbf{X}_i$  und  $\overline{{}^t \mathbf{X}_i}$  unabhängig verteilt sind.

Die Anzahl der Bestätigungen ist ein Maß für die Güte der aus den gewählten Punkten berechneten Parameter.

Diese Prozedur wird iterativ für jeweils drei neue, zufällig ausgewählte Punkte wiederholt, bis eine bestimmte Iterationsanzahl erreicht oder alternativ eine bestimmte Schwelle an Bestätigungen überschritten wird. Die Schwelle kann beispielsweise durch den erwarteten Ausreißeranteil in den Beobachtungen gegeben sein. Um eine gewisse Wahrscheinlichkeit  $P_{min}$  zu erhalten, dass unter allen zufällig ausgewählten Tripeln von Punkten ein korrektes Tripel gewählt wurde, ist eine bestimmte Anzahl von Iterationen  $I$  durchzuführen. Diese Iterationsanzahl errechnet sich abhängig von dem erwarteten Ausreißeranteil  $\epsilon$  in den Beobachtungen und der Anzahl der unbekannt Parameter  $u$ :

$$I = \frac{\ln(1 - P_{min})}{\ln(1 - (1 - \epsilon)^u)} \quad (3.4.8)$$

Die beste Lösung ergibt sich aus der Iteration mit den meisten Bestätigungen der Parameter. Die Tracks, die einen Punkt enthalten, der nicht zur Bestätigung der Parameter beiträgt, können als Ausreißer angesehen und für den Ausgleichungsprozess aussortiert werden.

Die Bestimmung der Parameter aus den Gleichungen (3.4.4) und (3.4.5) ist besonders rauschanfällig. Daher kann es sinnvoll sein, die Parameter in jeder Iteration durch eine größere Auswahl von Punkten anhand einer 'Miniausgleichung', entsprechend dem Modell aus Abschnitt 3.1, zu bestimmen. Dies würde jedoch die Berechnungszeit deutlich erhöhen.

Außerdem müssen wir fordern, dass die gewählten Tracks das Zeitfenster vollständig überlappen und deren Punkte zu keinem Zeitpunkt kollinear sind. Aus diesen Gründen scheint dieses Verfahren als Ausreißerdetektor für die vorgestellte Anwendung im Allgemeinen weniger geeignet und wird deshalb in dieser Arbeit nicht weiter behandelt.

### 3.4.3. A-posteriori-Verfahren

Die im Folgenden vorgestellten Verfahren detektieren Ausreißer in den Beobachtungen aus den Ergebnisdaten des Ausgleichungsprozesses. Die Ausgleichung muss dann auf den, um die Ausreißer reduzierten, Beobachtungsdaten wiederholt werden. Diese Vorgehensweise kann beliebig iterativ fortgesetzt werden, bis ein Abbruchkriterium erfüllt oder eine maximale Iterationsanzahl erreicht ist. Diese Iteration bezeichnen wir im Folgenden als *Äußere Schleife*, um sie von der *Inneren Schleife* der Ausgleichung abzugrenzen.

Für die meisten A-priori-Verfahren ist es möglich, sie auch a posteriori anzuwenden, wie wir am Beispiel der Detektion per Vorwissen gesehen haben.

### 3.4.3.1. Statistische Ausreißerdetektion unter Annahme unkorrelierter Objektpunkte

Für diese statistische Variante der Ausreißerdetektion betrachten wir den besten Schätzer des Fehlers der beobachteten Punktkoordinaten:

$$\widehat{\mathbf{v}} = A\Delta\widehat{\mathbf{p}} - \Delta\mathbf{l} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \widehat{\mathbf{v}}_{it} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.4.9)$$

Dabei beschreibt  $\widehat{\mathbf{v}}_{it}$  den geschätzten Fehler in den Koordinaten des Punktes  ${}^t\mathbf{X}_i$ , wobei  $i \in \mathcal{I}_{t_{neu}}$  und  $t \in \mathcal{M}_{t_{neu}}$  gilt. In dieser Variante gehen wir davon aus, dass die drei Koordinaten eines beobachteten Punktes  ${}^t\mathbf{X}_i$  hochgradig korreliert sind. Solche Fehlergruppen können anhand der Teststatistik [Stefanovic, 1978]

$$T_{it} = \widehat{\mathbf{v}}_{it}^T C_{\widehat{\mathbf{v}}_{it}\widehat{\mathbf{v}}_{it}}^{-1} \widehat{\mathbf{v}}_{it} \sim \chi_I^2 \quad (3.4.10)$$

also dem gewichteten quadratischen Fehler auf Ausreißer überprüft werden. Der Wert  $I$  gibt die Größe der Gruppe an, hier also  $I = 3$ . Die Matrix  $C_{\widehat{\mathbf{v}}_{it}\widehat{\mathbf{v}}_{it}}^{-1}$  ist die, zur entsprechenden Gruppe  $it$  gehörende,  $I \times I$  Submatrix aus der inversen Kovarianzmatrix  $C_{\widehat{\mathbf{v}}\widehat{\mathbf{v}}}^{-1}$ . Die Kovarianzmatrix der geschätzten Verbesserung  $C_{\widehat{\mathbf{v}}\widehat{\mathbf{v}}}$  errechnet sich nach [Koch, 1997] zu

$$C_{\widehat{\mathbf{v}}\widehat{\mathbf{v}}} = C_{ll} - AC_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}A^T \quad (3.4.11)$$

mit der Kovarianzmatrix der geschätzten Parameter  $C_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}$ . Die Berechnung von  $C_{\widehat{\mathbf{p}}\widehat{\mathbf{p}}}$  haben wir in Abschnitt 2.1.5 beschrieben. Man beachte, dass diese aufgrund der dünn besetzten Struktur von  $A$  nicht vollständig bekannt sein muß. Daher können wir die Berechnung von  $C_{\widehat{\mathbf{v}}\widehat{\mathbf{v}}}$  unter Verwendung entsprechender Techniken beschleunigen, worauf wir hier aber nicht näher eingehen.

Für den optimalen Fall, dass die beobachteten Koordinaten Gauß-verteilt sind, entspricht die Verteilung von  $T_{it}$  einer  $\chi_I^2$ -Verteilung. Eine statistisch motivierte Schwelle ist im vorliegenden Fall dann durch das 0.05-Quantil der  $\chi_3^2$ -Verteilung  $Q_{.05}(\chi_3^2)$  gegeben. Dies entspricht ungefähr einer 2-Sigma-Grenze.

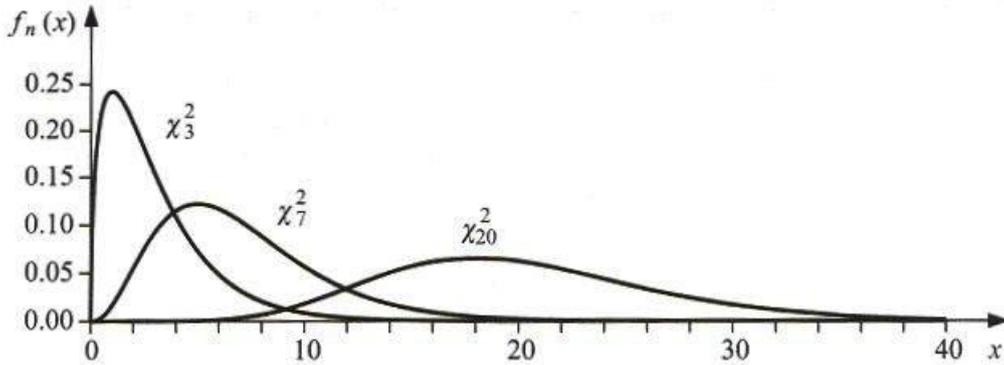


Abbildung 3.4.7.: Dichtefunktionen der  $\chi^2$ -Verteilung [Quelle: [Niemeier, 2002]]

Aufgrund eventuell vorhandener Ausreißer weicht die Verteilung der  $T_{it}$  jedoch von einer  $\chi_3^2$ -Verteilung ab. Der zentrale Gedanke ist, die Verteilungen durch Eliminierung der Ausreißer anzunähern. Um einen Gesamtwert  $\tau_i$  für jeden Track zu erhalten, weisen wir jedem Track das Maximum der Testwerte  $T_{it}$  aller in ihm enthaltenen Punkte zu:

$$\tau_i = \max_t(T_{it}) \quad (3.4.12)$$

In der äußeren Schleife sortieren wir nun iterativ die 5% schlechtesten Tracks mit den höchsten Werten  $\tau_i$  aus. Mit den verbleibenden Tracks rechnen wir in der nächsten Iteration eine erneute Ausgleichung. Wir führen dies fort, bis entweder eine maximale Iterationsanzahl erreicht ist oder der 0.05-Quantilenwert der Verteilung der  $T_{it}$  den 0.05-Quantilenwert der  $\chi^2_3$ -Verteilung unterschreitet. Ist letzteres der Fall, so behandeln wir abschließend alle Tracks mit  $\tau_i > Q_{.05}(\chi^2_3)$  als Ausreißer.

Das verwendete Quantil ist nicht auf 0.05 festgelegt, sondern kann beliebig gewählt werden. Ein Quantilenwert von 0.01 beispielsweise entspricht in etwa einer 3-Sigma-Grenze.

### 3.4.3.2. Statistische Ausreißerdetektion unter Annahme unkorrelierter Tracks

Die zweite Variante der statistischen Ausreißerdetektion unterscheidet sich von der ersten durch die Annahme der Korrelationen zwischen den Beobachtungsdaten. Wir nehmen nicht nur eine Korrelation der Koordinaten eines Punktes an, sondern zusätzlich, dass die Punkte eines Tracks untereinander korreliert sind. Wir erhalten analog zu Variante 1 eine Teststatistik:

$$T_i = \hat{\mathbf{v}}_i^T \mathbf{C}_{\hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i}^{-1} \hat{\mathbf{v}}_i \sim \chi^2_{I_i} \quad (3.4.13)$$

Allerdings sind hier die Größen der Gruppen  $I_i$ , je nach Überlappung von Track  $i$  und aktuellem Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$ , unterschiedlich:

$$I_i = |\Theta_{it_{neu}}| \quad (3.4.14)$$

Die Testgrößen  $T_i$  entstammen daher unterschiedlichen Verteilungen. Aus diesem Grunde betrachten wir die Verhältnisse der  $T_i$  zu den 0.05-Quantilen  $Q_{.05}(\chi^2_{I_i})$  der jeweiligen  $\chi^2_{I_i}$ -Verteilung:

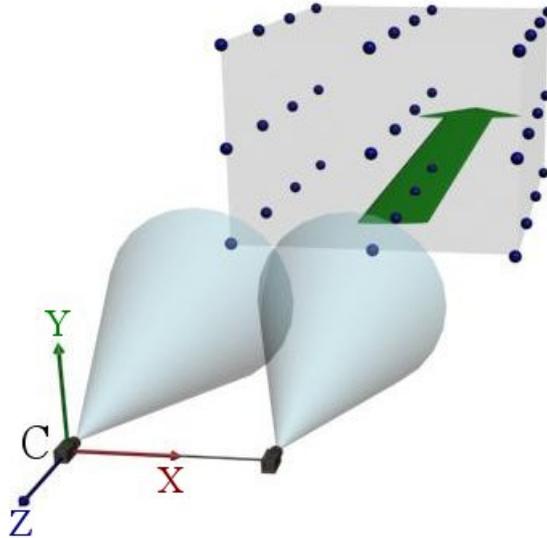
$$\tau_i = \frac{T_i}{Q_{.05}(\chi^2_{I_i})} \quad (3.4.15)$$

Analog zu Variante 1 sortieren wir nun in der äußeren Schleife die laut  $\tau_i$  5% schlechtesten Tracks aus und wiederholen die Ausgleichung. Die Abbruchbedingung ist erfüllt, wenn gilt:

$$Q_{.05}(\tau_i) < 1 \quad (3.4.16)$$

### 3.4.4. Diskussion

Die Bewertung der Ausreißerdetektoren führen wir anhand einer experimentellen Untersuchung durch. Dazu betrachten wir eine synthetisch generierte Szene. Wir schätzen die Trajektorie eines aus hundert Punkten bestehenden Punktgitters. Das Punktgitter befindet sich initial 20 Meter von der simulierten Kamera entfernt und bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20 Metern pro Sekunde in Richtung der negativen Z-Achse des Kamerasystems. Die Ausmaße des Punktgitters betragen  $\frac{5}{4} \times 1 \times 5$  Meter. Die Länge der Bildfolge beträgt 10 Bilder bei einer simulierten Aufnahmegeschwindigkeit von 25 Bildern pro Sekunde. Die Szenerie ist in Abbildung 3.4.8 veranschaulicht. Die Beobachtungsdaten erstellen wir analog zu der Vorgehensweise aus Abschnitt 4.1. Die Bildpunkte werden dabei mit einer Standardabweichung  $\sigma = 0.2$  Pixel verrauscht.



**Abbildung 3.4.8.:** Synthetisch generierte Szene eines sich bewegenden Punktgitters

Wir simulieren nun einige Ausreißer. Dazu wählen wir zufällig einen vorgegebenen, prozentualen Anteil  $\vartheta$  der Tracks. Für jeden dieser Tracks wählen wir wiederum zufällig eine vorgegebene Anzahl  $\rho$  von Zeitpunkten. Wir verrauschen dann die zu dieser Auswahl zugehörigen Bildkoordinaten mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{\text{Ausreißer}} = 2$  Pixeln. Dabei muß der addierte Rauschwert mindestens  $\sigma_{\text{Ausreißer}}$  betragen.

Auf Basis dieser Simulation testen wir die Leistungsfähigkeit der in 3.4.2.1, 3.4.3.1 und 3.4.3.2 vorgestellten Detektionsverfahren. In Tabelle 3.4.1 sind die Ergebnisse der Ausreißerdetektion von jeweils hundert unabhängigen Ausgleichungen mit bestimmten Parametern  $\vartheta$  und  $\rho$  dargestellt. Aufgetragen sind die pro Ausgleichung durchschnittlich nicht erkannten Ausreißer und die durchschnittliche Anzahl von Tracks, welche fälschlicherweise als Ausreißer detektiert wurden. Erstere bezeichnen wir als *false negatives* oder kurz *fn*, letztere als *false positives* mit der Abkürzung *fp*. Für die Detektion per Vorwissen haben wir eine Entfernungsschwelle  $S_0 = 5$  Meter und für die beiden anderen Verfahren ein 0.05-Quantil bei einer maximalen Iterationsanzahl von 10 gewählt.

		Korrelierte Punkte		Korrelierte Tracks		Vorwissen	
$\vartheta$ in (%)	$\rho$	fp	fn	fp	fn	fp	fn
10	10	15.3	0	0.7	0	0	1.74
30	10	12.72	0	1.49	0.01	0	3.94
50	10	0	7	0.29	7.29	0	6.94
10	5	15.83	0	0.62	0.04	0	2.83
30	5	13.15	0	0.9	0.01	0	8.37
50	5	0	7	0.2	7.2	0	15.56
10	1	15.47	0	0.74	0.01	0	3.25
30	1	13.09	0	0.75	0	0	9.35
50	1	0	7	0.2	7.2	0	15.56

**Tabelle 3.4.1.:** Vergleich der Methoden zur Ausreißerdetektion: Durchschnittliche false positives und false negatives aus 100 Ausgleichungen über je 10 Zeitpunkte mit einem bestimmtem Ausreißeranteil  $\vartheta$  in den Tracks. Die zweite Spalte gibt die Anzahl  $\rho$  der Zeitpunkte an, bei denen sich der Fehler innerhalb der Ausreißertracks zeigt.

Wir sehen den deutlichen Unterschied zwischen den statistischen A-Posteriori-Verfahren und dem heuristischen, auf Vorwissen beruhenden Verfahren. Die statistischen Verfahren detektieren

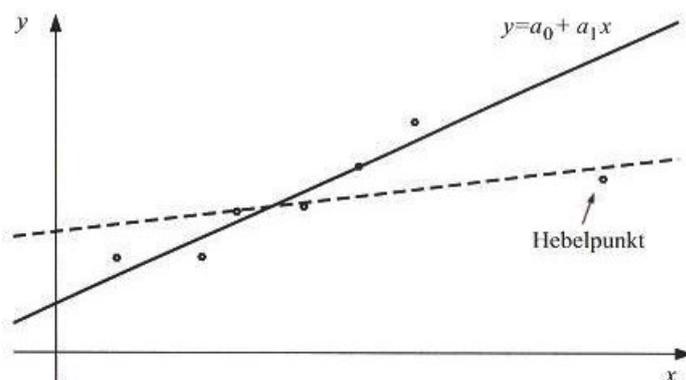
die Ausreißer für  $\vartheta \leq 30\%$  sicher, bis auf wenige Ausnahmen beim zweiten Verfahren. Das heuristische Verfahren kann Ausreißer, deren Streuung innerhalb der Punktwolke liegt, nicht detektieren. Dieser Umstand schlägt sich in der hohen Anzahl von false positives nieder. Außerdem besteht eine Abhängigkeit zu der Häufigkeit  $\rho$ , mit der der Fehler innerhalb des Tracks auftritt. Diese Abhängigkeit ist auf die Vorgehensweise bei der Ausreißersimulation zurückzuführen. Wir verrauschen die Punktkoordinaten eines Ausreißer-Tracks für jeden ausgewählten Zeitpunkt unabhängig. Bei einem großem  $\rho$  ist die Wahrscheinlichkeit höher, dass der fehlerhafte Punkt zumindest einmal außerhalb der Punktwolke liegt und der Track daher durch das heuristische Verfahren als Ausreißer detektiert werden kann. Die Abhängigkeit besteht nicht, falls die Abweichung des Ausreißers zu jedem Zeitpunkt gleich ist.

Bei der Betrachtung der statistischen Verfahren fällt auf, dass das punkt-basierte Verfahren deutlich mehr false positives detektiert, als das track-basierte Verfahren. Dafür hat es aber eine geringere Anzahl von false negatives vorzuweisen. Wir sehen außerdem, dass beide Verfahren bei einem Ausreißeranteil von 50% auffallend schlechtere Ergebnisse liefern. Eine Abhängigkeit zu  $\rho$  ist nicht zu erkennen.

Die Auswahl des geeigneten Verfahrens ist von der jeweiligen Anwendung abhängig. Die Detektion von Ausreißern ist bei Verwendung der statistischen Verfahren deutlich stabiler, als bei dem vorgestellten heuristischen Verfahren. Jedoch ist die A-Posteriori-Detektion, bezogen auf die Laufzeit, deutlich teurer, da der gesamte Ausgleichungsprozess wiederholt werden muß und die Berechnung der Matrix  $C_{pp}$  für Gleichung (3.4.11) aufwendig ist. Lässt die Laufzeit es zu, so ist im Allgemeinen eine Kombination von heuristischem und statistischem Verfahren sinnvoll. Auch die Wahl zwischen den statistischen Varianten ist anwendungsabhängig. Wenn die Anzahl der zur Verfügung stehenden Beobachtungen klein ist, ist das track-basierte Verfahren dem punkt-basierten Verfahren vorzuziehen, da es erheblich weniger false positives detektiert. Die Anzahl der Beobachtungen wird also nicht unnötig verringert.

Bei den in Kapitel 4 vorgestellten Experimenten verwenden wir sowohl das heuristische als auch das track-basierte Verfahren.

Wir wollen in diesem Zusammenhang einen bestimmten Typ von Ausreißern betrachten, der aus den Residuen nicht ohne Weiteres zu detektieren ist. Dazu betrachten wir das in Abbildung 3.4.9 visualisierte Beispiel der Rekonstruktion einer Geraden anhand einer gegebenen Punktwolke. Die wahre Gerade  $G_1$  ist durch die durchgezogene Linie dargestellt, die rekonstruierte Gerade  $G_2$  wird durch die gestrichelte Linie beschrieben. Dieses Ergebnis der Rekonstruktion ist auf den als *Hebelpunkt* bezeichneten Punkt zurückzuführen. Der Abstand des Punktes zu  $G_1$  ist sehr groß, er beeinflusst die Schätzung im Sinne der kleinsten Quadrate also deutlich. Sein Abstand zu  $G_2$  ist jedoch klein, was zu kleinen Residuen führt. Die Problematik der Hebelpunkte ist in [Niemeier, 2002] genauer beschrieben.



**Abbildung 3.4.9.:** Auswirkung eines Hebelpunktes auf eine ausgleichende Gerade [Quelle: [Niemeier, 2002]]

### 3.5. Beschleunigung des Ausgleichsprozesses

Im Hinblick auf die Echtzeitfähigkeit des Verfahrens ist es naheliegend, Techniken zur Beschleunigung des Ausgleichsprozesses zu verwenden.

Die an der Ausgleichung beteiligten Matrizen sind zum größten Teil dünn besetzt. Es ist daher angebracht, diese Struktur bei der Implementierung des Verfahrens durch Verwendung entsprechender Techniken auszunutzen. Die Matrizenstrukturen sind in Anhang C dargestellt.

Eine Möglichkeit, die Matrizenstruktur zu nutzen und das Verfahren zu beschleunigen, stellt die Verwendung der in [Niemeier, 2002, Kapitel 9] beschriebenen Blockzerlegung dar. Die Lösung des Gleichungssystems (2.1.16) ist die bei Weitem kostenintensivste Operation des Ausgleichsprozesses. Sie erfordert bei voll besetzter Normalgleichungsmatrix  $N$  einen, bezüglich der Anzahl der unbekannt Parameter, kubischen Zeitaufwand. Wir können die Lösung jedoch beschleunigen, indem wir das Normalgleichungssystem

$$N\widehat{\mathbf{p}} = \mathbf{h} \quad (3.5.1)$$

in Blöcke zu zwei Gruppen  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  der zu schätzenden Parameter  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)^\top$  aufteilen:

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{p}}_1 \\ \widehat{\mathbf{p}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

Durch diese Aufteilung erhalten wir also die beiden Gleichungen:

$$N_{11}\mathbf{p}_1 + N_{12}\mathbf{p}_2 = \mathbf{h}_1 \quad (3.5.3)$$

$$N_{21}\mathbf{p}_1 + N_{22}\mathbf{p}_2 = \mathbf{h}_2 \quad (3.5.4)$$

Aus (3.5.3) folgt:

$$\mathbf{p}_1 = N_{11}^{-1}\mathbf{h}_1 - N_{11}^{-1}N_{12}\mathbf{p}_2 \quad (3.5.5)$$

Durch Einsetzen von  $\mathbf{p}_1$  in Gleichung (3.5.4) erhalten wir das Normalgleichungssystem zur Berechnung der besten Schätzer für die Parameter des zweiten Blocks  $\widehat{\mathbf{p}}_2$ :

$$\underbrace{(N_{22} - N_{21}N_{11}^{-1}N_{12})}_{\overline{N_{22}}} \widehat{\mathbf{p}}_2 = \underbrace{\mathbf{h}_2 - N_{21}N_{11}^{-1}\mathbf{h}_1}_{\overline{\mathbf{h}}_2} \quad (3.5.6)$$

Aus  $\widehat{\mathbf{p}}_2$  errechnet sich  $\widehat{\mathbf{p}}_1$  durch:

$$\widehat{\mathbf{p}}_1 = N_{11}^{-1}(\mathbf{h}_1 - N_{12}\widehat{\mathbf{p}}_2) \quad (3.5.7)$$

Im Falle des in Abschnitt 3.1 vorgestellten Modells ergibt sich eine sinnvolle Aufteilung des Unbekanntenvektors  $\mathbf{p}$  zum jeweiligen Zeitpunkt  $t_{neu}$  durch die Gruppe der Objektkoordinaten

$$\mathbf{p}_1 := \begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{X}_i \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad i \in \mathcal{I}_{t_{neu}} \quad (3.5.8)$$

und die Gruppe der Orientierungsparameter

$$\mathbf{p}_2 := \begin{pmatrix} \vdots \\ \mathbf{r}_t \\ \mathbf{T}_t \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad t \in \mathcal{M}_{t_{neu}} \quad (3.5.9)$$

Die blockweise Berechnung ersetzt die Lösung des Gleichungssystems durch mehrere kleinere, kostengünstigere Operationen. Die Invertierung des Blockes  $N_{11}$  beispielsweise kann durch seine Diagonalblockstruktur, siehe Abbildung C.0.4, deutlich beschleunigt werden. Außerdem besteht die Möglichkeit, lediglich die besten Schätzer der Orientierungsparameter zu bestimmen und die Berechnung (3.5.7) einzusparen, falls die ausgeglichenen Objektkoordinaten nicht von Interesse sind. Die Näherungswerte für die  $\mathbf{X}_i$  der Ausgleichung über das folgende Zeitfenster müssen in diesem Falle natürlich durch die in Abschnitt 3.7.2.1 vorgestellte Methode bestimmt werden.

### 3.6. Einbringen von Vorwissen

Vorwissen kann auf unterschiedliche Weise in das Verfahren eingebracht werden. Einerseits besteht die Möglichkeit es heuristisch, durch Vorverarbeitung der Beobachtungen und Näherungswerte oder Nachbearbeitung der Ergebnisse, einzuführen. Ein Beispiel dafür ist die in Abschnitt 3.4.2.1 vorgestellte heuristische Ausreißerdetektion. Andererseits können wir das Vorwissen direkt in den Ausgleichungsprozess einbeziehen.

Letzteres kann entweder durch Einfügen sogenannter Pseudobeobachtungen in die Designmatrix  $A$  oder durch Aufstellung von Bedingungen in der Bedingungsmatrix  $H$  geschehen und wird im Folgenden an einem Beispiel erläutert.

Bei der Beobachtung eines Fahrzeugs aus einem anderen Fahrzeug heraus kann im Allgemeinen davon ausgegangen werden, dass sich beide Fahrzeuge in der gleichen räumlichen Ebene bewegen. Diese entspricht der XZ-Ebene des in Abschnitt 3.8 vorgestellten Eigenfahrzeugsystems  $\mathbf{W}$ . Rotationen, deren Rotationsachse nicht durch die Y-Achse dieses Systems gegeben ist, werden in diesem Fall als Fehler angesehen und müssen unterdrückt werden. Wir gehen nun davon aus, dass dies in der Berechnung der Näherungswerte, wie in 3.7.1 erläutert, berücksichtigt wurde. Wir müssen dann des Weiteren sicherstellen, dass sich die geschätzte Verbesserung der Rotation  $\widehat{\Delta\mathbf{r}}$  lediglich auf die Rotation um die Y-Achse von  $\mathbf{W}$  auswirkt. Diese Forderung lässt sich aufgrund der verwendeten Rodriguezrepräsentation relativ einfach formulieren. Die geschätzte Verbesserung der Rotationsparameter  $\widehat{\Delta\mathbf{r}} = [\widehat{\Delta r_1}, \widehat{\Delta r_2}, \widehat{\Delta r_3}]^T$  muß ein Vielfaches der Y-Achsenrichtung  $\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, Y_3]^T$  des Eigenfahrzeugsystems, aus Sicht des Kamerasystems, ergeben:

$$\widehat{\Delta\mathbf{r}} = \lambda\mathbf{Y} \quad (3.6.1)$$

Die Schätzung der Rotation beschränkt sich also auf die Schätzung eines Skalierungsparameters. Wir lassen daher nur einen der Rotationsparameter  $\widehat{\Delta r_j}$ , mit  $Y_j \neq 0$ , frei schätzen und stellen Bedingungen an die beiden anderen Parameter. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei  $j = 2$ , somit folgt aus Gleichung (3.6.1):

$$\widehat{\Delta r_1} = \frac{Y_1}{Y_2} \widehat{\Delta r_2} \quad (3.6.2)$$

$$\widehat{\Delta r_3} = \frac{Y_3}{Y_2} \widehat{\Delta r_2} \quad (3.6.3)$$

oder linear

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{Y_1}{Y_2} & 0 \\ 0 & -\frac{Y_3}{Y_2} & 1 \end{bmatrix} \widehat{\Delta\mathbf{r}} \quad (3.6.4)$$

Diese linearen Bedingungen lassen sich entweder als weitere Zeilen in die Designmatrix  $A$  oder als zusätzliche Spalten in die Bedingungsmatrix  $H$  einfügen. Der Unterschied besteht in der Strenge der Bedingungen. Werden sie in  $A$  eingesetzt, so wird ihr Einfluss auf die Ausgleichung durch die Kovarianzmatrix der Pseudobeobachtungen gegeben. Wir können diese Kovarianzmatrix entweder durch feste Parameter oder adaptiv, in Abhängigkeit von der mittleren Abweichung von  $\mathbf{r}_t^{(0)}$  zu  $\mathbf{Y}$  im aktuellen Zeitfenster, erstellen. Die Berechnung einer solchen adaptiven Kovarianzmatrix kann analog zu der in Abschnitt 4.2.3.1 beschriebenen Vorgehensweise vorgenommen werden. Werden die Bedingungen in  $H$  aufgenommen, gelten sie als fest und unverletzlich, als wären die Kovarianzmatrizen durch Nullmatrizen gegeben.

### 3.7. Näherungswerte

Die sorgfältige Bestimmung der Näherungswerte für die unbekannt Parameter ist von großer Bedeutung. Einerseits definieren sie, wie in Abschnitt 3.1.7 beschrieben, das Objektkoordinatensystem und damit das Objekt selbst. Andererseits gilt die Linearisierung in Abschnitt 3.1.3 nur

in der unmittelbaren Nähe des Linearisierungspunktes, also an den Näherungswerten. Schlechte Näherungswerte führen somit im Allgemeinen zu schlechten Ergebnissen. Im Folgenden führen wir verschiedene Möglichkeiten der Näherungswertbestimmung für die Orientierungsparameter  $\mathbf{T}_t$  und  $\mathbf{r}_t$  von  $\mathbf{O}$  und der Punktwolkenkoordinaten im Objektsystem  $\mathbf{X}_i$  auf. Zu unterscheiden ist dabei die Bestimmung von Näherungswerten für das initiale Ausgleichszeitfenster und die Näherungswertbestimmung für solche Zeitfenster, bei denen das Ergebnis einer bereits vorangegangenen Ausgleichung bekannt ist.

### 3.7.1. Näherung der Orientierungsparameter des beobachteten Systems

Wie bereits erwähnt, definieren die Näherungswerte der Orientierungsparameter das Objektsystem und damit Lage und Ausrichtung des Objektes selbst. Für das initiale Ausgleichszeitfenster müssen wir die genäherten Parameter aus den verfügbaren Beobachtungen, also den Punktwolken  ${}^t\mathbf{X}_i, i \in \mathcal{I}_t$  aller beteiligten Zeitpunkte  $t$ , gewinnen. Diese beinhalten per Annahme Punkte auf der Objektoberfläche. Für nicht initiale Zeitfenster können wir zusätzlich auf die Ergebnisse der letzten Ausgleichungen, d.h. die besten Schätzer der unbekannt Parameter, zurückgreifen. Im Folgenden beschreiben wir diese beiden Möglichkeiten der Näherungswertberechnung und stellen sie anschließend zur Diskussion.

#### 3.7.1.1. Orientierungsparameter aus Punktwolke

Per Annahme ist das beobachtete Objekt und damit die Punktwolke in sich starr. Bewegungen werden daher nur durch Rauschen oder tatsächliche Objektbewegungen verursacht. Änderungen von Position und Ausrichtung des Objektes sind demnach also durch Änderungen von Schwerpunkt und Hauptachsen der Punktwolke gegeben. Offensichtlich erhalten wir zu jedem Zeitpunkt  $t$ , durch Schwerpunktposition und Hauptachsenrichtung der beobachteten Punktwolke  ${}^t\mathbf{X}_i, i \in \mathcal{I}_t$ , eine gute Näherung für die Orientierungsparameter  $\mathbf{T}_t^{(0)}$  und  $\mathbf{r}_t^{(0)}$  des Objektkoordinatensystems.

Die Näherung der Translation von Objekt- zu Kamerasystem ist also gegeben durch den Punktwolkenschwerpunkt:

$$\mathbf{T}_t^{(0)} = \bar{\mathbf{X}}_t = \frac{\sum_{i=1}^n {}^t\mathbf{X}_i}{n} \quad (3.7.1)$$

Die Näherung der Rotation erfolgt durch Bestimmung der Hauptachsen der Punktwolke anhand einer Hauptkomponentenanalyse, wie in [Jolliffe, 1986] beschrieben. Dazu bestimmen wir zunächst die Kovarianzmatrix der Punktwolke:

$$\mathbf{C} = \frac{\sum_{i=1}^n ({}^t\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_t)({}^t\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_t)^\top}{n-1} \quad (3.7.2)$$

Die Hauptachsen sind nun durch die Eigenvektoren  $\mathbf{E}\mathbf{V}_k, k \in \{x, y, z\}$  zu den Eigenwerten  $\lambda_x \geq \lambda_y \geq \lambda_z$  von  $\mathbf{C}$  gegeben und beschreiben die Einheitsvektoren  $e_x, e_y, e_z$  des Objektsystems aus Sicht des Kamerasystems. Die Eigenvektoren definieren jedoch keine Vorzeichen für diese Einheitsvektoren, sondern zeigen immer in den gleichen Halbraum. Deshalb sind jeweils sowohl  $\mathbf{E}\mathbf{V}_k$  als auch  $-\mathbf{E}\mathbf{V}_k$  mögliche Lösungen für die Einheitsvektoren des Objektsystems. Um 180°-Sprünge zwischen den Einheitsvektoren der Systeme zweier aufeinanderfolgender Zeitpunkte zu vermeiden, muss für alle Zeitpunkte  $t \neq t_0$  die Wahl des Vorzeichens der  $\mathbf{E}\mathbf{V}_k$  an die Orientierung des entsprechenden Einheitsvektors in  $t-1$  angepasst werden. Dazu wählen wir das Vorzeichen, das zu einem kleineren Winkel zwischen dem zu bestimmenden Einheitsvektor und dem entsprechenden Einheitsvektor in  $t-1$  führt:

$$(\mathbf{e}_x)_t = \underset{\mathbf{j} \in \{\mathbf{E}\mathbf{V}_x, -\mathbf{E}\mathbf{V}_x\}}{\operatorname{argmin}} (\arccos((\mathbf{e}_x)_{t-1} \mathbf{j}^\top)) \quad (3.7.3)$$

$$(\mathbf{e}_y)_t = \underset{\mathbf{j} \in \{\mathbf{E}\mathbf{V}_y, -\mathbf{E}\mathbf{V}_y\}}{\operatorname{argmin}} (\arccos((\mathbf{e}_y)_{t-1} \mathbf{j}^\top)) \quad (3.7.4)$$

$$(\mathbf{e}_z)_t = (\mathbf{e}_x)_t \times (\mathbf{e}_y)_t \quad (3.7.5)$$

Dabei beschreibt  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  wiederum das Kreuzprodukt zwischen  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$ . Diese drei Vektoren spannen das Dreibein des Objektsystems aus Sicht des Kamerasystems auf. Daraus folgt als Rotationsmatrix von  $\mathbf{O}$  nach  $\mathbf{C}$

$$R(\mathbf{r}_t^{(0)}) = [(\mathbf{e}_x)_t \quad (\mathbf{e}_y)_t \quad (\mathbf{e}_z)_t] \quad (3.7.6)$$

aus welcher sich die gesuchten Rodriguezparameter  $\mathbf{r}_t^{(0)}$  ergeben.

Zusätzlich zu der in Abschnitt 3.6 vorgestellten Vorgehensweise kann an dieser Stelle Vorwissen über die Art der Objektbewegung eingebracht werden. In der Anwendung der Fahrzeugdetektion reduziert sich die allgemein mögliche Rotation auf Drehungen um die Hochachse, diese entspricht in etwa der Y-Achse des Kamerasystems. In diesem Fall ist es daher ausreichend, die zweidimensionale Rotation aus den Hauptachsen  $\mathbf{E}V_x, \mathbf{E}V_z$  der in die X,Z-Ebene projizierten Punktwolke zu berechnen. Offensichtlich gilt  $(\mathbf{e}_y)_t = (0, 1, 0)^\top$  und die Vektoren  $(\mathbf{e}_x)_t, (\mathbf{e}_z)_t$  ergeben sich aus den Gleichungen 3.7.3 und 3.7.5.

### 3.7.1.2. Orientierungsparameter aus Ergebnispropagation

Für nicht initiale Zeitfenster besteht zur Bestimmung der Näherungswerte die Möglichkeit, auf die Ergebnisse der Ausgleichung über das vorangegangene Zeitfenster zurückzugreifen. Die Ergebnisse der überlappenden Zeitpunkte beider Fenster können wir direkt als Näherungswerte für die aktuelle Ausgleichung übernehmen. Im Falle des in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten gleitenden Zeitfensters und eines aktuellen Zeitpunktes  $t_{neu}$  bedeutet dies:

$$\mathbf{r}_t^{(0)} = \widehat{\mathbf{r}}_t^{alt} \quad (3.7.7)$$

$$\mathbf{T}_t^{(0)} = \widehat{\mathbf{T}}_t^{alt} \quad (3.7.8)$$

mit

$$t = t_{neu} - m + 1, \dots, t_{neu} - 1 \quad (3.7.9)$$

Die Vektoren  $\widehat{\mathbf{r}}_t^{neu}$  und  $\widehat{\mathbf{T}}_t^{neu}$  bezeichnen die besten Schätzer der Orientierungsparameter aus der Ausgleichung zum Zeitpunkt  $t - 1$  und  $m$  gibt wiederum die Größe des Zeitfensters an.

Für die Näherungswerte zum Zeitpunkt  $t_{neu}$  stehen offensichtlich keine Ergebnisse zur Verfügung. Diese können wir jedoch aus den Ergebnissen der Zeitpunkte  $t_1 := t_{neu} - 1$  und  $t_2 := t_{neu} - 2$  extrapolieren:

$$\mathbf{T}_{t_{neu}}^{(0)} = \widehat{\mathbf{T}}_{t_1}^{alt} + (\widehat{\mathbf{T}}_{t_1}^{alt} - \widehat{\mathbf{T}}_{t_2}^{alt}) \frac{\Delta t_1^{neu}}{\Delta t_2^1} \quad (3.7.10)$$

$$R(\mathbf{r}_{t_{neu}}^{(0)}) = R\left(\frac{\Delta t_1^{neu}}{\Delta t_2^1} \mathbf{r}_{diff}\right) R(\widehat{\mathbf{r}}_{t_1}^{alt}) \quad (3.7.11)$$

Dabei sind  $\mathbf{r}_{diff}$  die Rodriguezparameter der geschätzten, differentiellen Rotation des Objektes vom Zeitpunkt  $t_2$  auf den Zeitpunkt  $t_1$ , errechnet aus den Ergebnissen der vorangegangenen Ausgleichung:

$$R(\mathbf{r}_{diff}) = R(\widehat{\mathbf{r}}_{t_1}^{alt}) R(\widehat{\mathbf{r}}_{t_2}^{alt})^\top \quad (3.7.12)$$

Die Werte  $\Delta t_1^{neu}$  und  $\Delta t_2^1$  repräsentieren die zeitliche Differenz zwischen den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_{neu}$ , bzw.  $t_2$  und  $t_1$ .

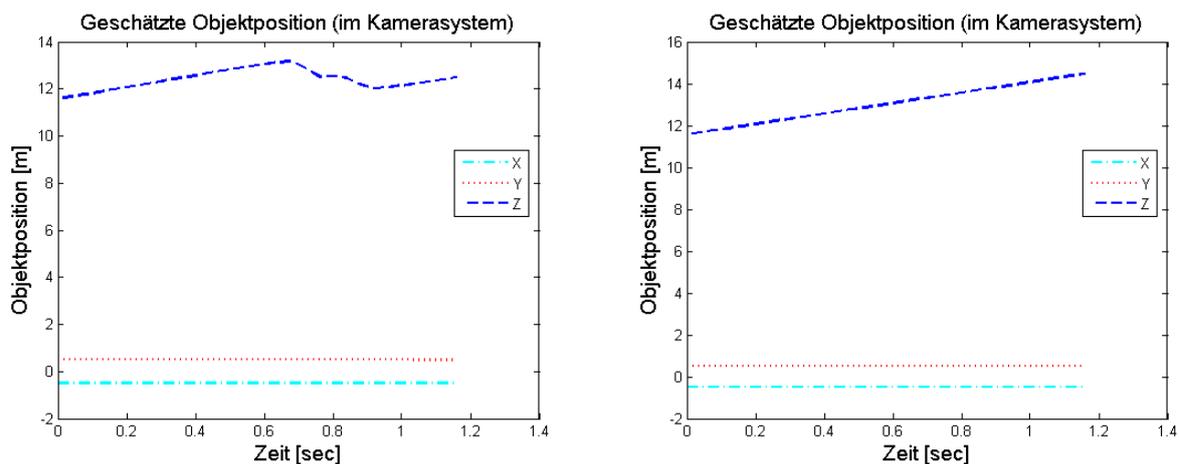
### 3.7.1.3. Diskussion

Die Bestimmung der genäherten Orientierungsparameter durch Ergebnispropagation hat neben der Berechnungszeit einen weiteren klaren Vorteil gegenüber der Berechnung aus der Punktwolkenstruktur. Bewegungen des Punktwolkenschwerpunktes relativ zum beobachteten Objekt beeinflussen die Näherung der Orientierungsparameter nicht. Betrachten wir beispielsweise ein vorausfahrendes Fahrzeug, welches zuerst geradeaus fährt und dann in eine Kurve eintritt. Zunächst beobachten wir

nur Punkte auf dem Heck des Fahrzeugs. Schwerpunkt und damit genäherte Position des Fahrzeugs befinden sich daher ebenfalls am Fahrzeugheck. Bei zunehmender Kurvenfahrt kommen zusätzlich Punkte auf der Flanke des Fahrzeugs hinzu, und einige der Punkte am Heck werden möglicherweise verdeckt. Dies führt zu einer Verschiebung des Schwerpunktes in Richtung Front und Seite des Fahrzeugs. Wird die Position des Objektkoordinatensystems, und damit die Objektposition, durch den Schwerpunkt definiert, kommt es zu einer scheinbaren Fahrzeugbewegung. Da sich mit der Punktwolkenstruktur auch die Hauptachsen ändern, gilt das Gleiche auch für die Rotation. Diesen Effekt bezeichnen wir im Weiteren als *Datumsproblem*.

Bei der Ergebnispropagation übernehmen wir die Orientierungsparameter, und damit die Definition des Objektsystems, aus dem Ergebnis der letzten Ausgleichung. Diese Ergebnisse sind zwar abhängig von der Bewegung der beobachteten Punkte, nicht aber von Strukturänderungen der Punktwolke durch hinzukommende oder sterbende Tracks. Position und Ausrichtung des Objektsystems sind daher nicht länger an Schwerpunkt und Hauptachsen gekoppelt. Das angesprochene Phänomen tritt in diesem Fall also nicht auf. Dieser Unterschied zwischen beiden Verfahren ist in Abbildung 3.7.10 veranschaulicht. Dargestellt sind die geschätzten Parameter der Translation eines bewegten Objektes in einer simulierten Szene. Letztere basiert auf der simulierten Testszene aus Abschnitt 3.4.4. Sie beschreibt ein sich konstant in Z-Richtung bewegendes Punktgitter, wie in Abbildung 3.4.8 visualisiert. Die simulierte Bildfolge besteht aus 30 Bildern. Am Zeitpunkt  $t = 15$ , bzw. nach 0.6 Sekunden, ändern wir die Punktwolkenstruktur, indem wir auf der, der Bewegungsrichtung abgewandten Seite des Punktgitters 20 Prozent neue Tracks hinzufügen und auf der gegenüberliegenden Seite die gleiche Anzahl entfernen. Wir schätzen dann die Translationsparameter mithilfe eines gleitenden Zeitfensters der Größe  $m = 10$ . Dies führen wir einmal unter Verwendung der Propagationsmethode und einmal per Berechnung der Näherungswerte aus der Punktwolkenstruktur durch. Die daraus resultierenden Ergebnisse sind in Abbildung 3.7.10 aufgetragen.

Wir sehen im linken Bild deutlich die Auswirkungen der Änderung der Punktwolkenstruktur auf die geschätzte Objektposition, bei Berechnung der Näherungswerte aus der Punktwolke. Unter Verwendung der Propagationsmethode, aufgetragen im rechten Bild, können wir keinen Effekt beobachten.



**Abbildung 3.7.10.:** Effekt des Datumsproblems bei Berechnung der genäherten Orientierungsparameter aus der Punktwolkenstruktur (linkes Bild) und bei Berechnung per Ergebnispropagation (rechtes Bild)

Der Nachteil der Propagationsmethode zeigt sich bei Verfolgung eines Objektes über eine lange Sequenz. Sowohl die Akkumulation der durch Ausreißer und Rauschen verursachten Fehler als auch die Wanderung der Punktwolke auf dem Objekt können zu einer Abwanderung des Koordinatensystems, weg von der beobachteten Punktwolke, führen. Dieses Phänomen bezeichnen wir im

Folgenden als *Abwanderungsproblem*.

Problematisch ist dies für die Schätzung der Objektposition. Liegt der Ursprung von  $\mathbf{O}$  weiter von der Punktwolke entfernt, als durch die Objektausmaße möglich wäre, ist der Zusammenhang von Objektkoordinatensystem und Objekt offensichtlich fehlerhaft. In einer solchen, seltenen Situation muss der Zusammenhang und die fehlerhafte Objektposition korrigiert werden. Dies geschieht, indem die genäherten Orientierungsparameter der nächsten Ausgleichung, wie in Abschnitt 3.7.1.1 beschrieben, aus der Punktwolkenstruktur gewonnen werden. Die Näherung der Punktwolkenkoordinaten  $\mathbf{X}_i^{(0)}$  muss dann wie in Abschnitt 3.7.2 berechnet werden. Die daraus entstehende Bewegung ist natürlich nicht als Objektbewegung aufzufassen.

### 3.7.2. Näherung der Punktkoordinaten im beobachteten System

Für die Bestimmung der Näherungswerte der Punktwolkenkoordinaten  $\mathbf{X}_i^{(0)}$ , aus Sicht des Objektsystems, stellen wir ebenfalls verschiedene Möglichkeiten vor.

#### 3.7.2.1. Punktkoordinaten aus Punktwolke

Zur Berechnung der genäherten Punktkoordinaten transformieren wir für jeden Zeitpunkt  $t$  des aktuellen Zeitfensters  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  alle an  $t$  beobachteten Punkte in das durch  $\mathbf{r}_t^{(0)}$  und  $\mathbf{T}_t^{(0)}$  genäherte Objektsystem:

$$\mathbf{Y}_{it} = R(\mathbf{r}_t^{(0)})^\top {}^t \mathbf{X}_i - R(\mathbf{r}_t^{(0)})^\top \mathbf{T}_t^{(0)} \quad (3.7.13)$$

Dabei berechnen wir  $\mathbf{Y}_{it}$  nur für Kombinationen  $it, i \in \{1, \dots, n\}$  für die gilt, dass Track  $i$  zum Zeitpunkt  $t$  aktiv ist, also  $t$  ein Element der Überlappungsmenge  $\Theta_{it_{neu}}$  von Zeitfenster und Track  $i$  ist.

Aus diesen Punktwolken berechnen wir eine gemittelte Punktwolke, die die gesuchte Näherung darstellt. Dazu bestimmen wir für jeden Track  $i$  einen mittleren Punkt  $\mathbf{X}_i^{(0)}$  aus allen  $\mathbf{Y}_{it}$  mit  $t \in \Theta_{it_{neu}}$ . Dies kann entweder per Mittelwert oder per Median geschehen.

#### 3.7.2.2. Punktkoordinaten aus Ergebnispropagation

Für nicht initiale Zeitfenster können wir die Näherungswerte der Punktkoordinaten aller an der vorangegangenen Ausgleichung beteiligten Tracks  $i$  aus den ausgeglichenen Punktkoordinaten der letzten Ausgleichung übernehmen:

$$\mathbf{X}_i^{(0)} = \widehat{\mathbf{X}}_i^{alt} \quad (3.7.14)$$

Näherungswerte für Tracks, die in diesem Zeitfenster neu hinzugekommen sind, müssen wir gemäß Abschnitt 3.7.2.1 berechnen.

#### 3.7.2.3. Diskussion

Für die Mittelung in 3.7.2.1 liefert der Median, durch seine Robustheit gegen Ausreißer und starkes Rauschen, bessere Ergebnisse als der Mittelwert. Für nicht initiale Zeitfenster ist eine Berechnung per Ergebnispropagation, aufgrund niedriger Berechnungszeit und hoher Genauigkeit sinnvoll.

## 3.8. Interpretation der Ergebnisse

Je nach Art der Anwendung sind die Ergebnisse der Ausgleichungsfolge von unterschiedlicher Priorität und unterschiedlich zu interpretieren. In diesem Abschnitt nehmen wir die Interpretation für den Fall der Rekonstruktion der Bewegungstrajektorien beobachteter Fahrzeuge vor. Ziel ist die Bestimmung der relativen Orientierung und der relativen Bewegung des Fremdfahrzeugs zum eigenen Fahrzeug, zum Zwecke der Kollisionsvermeidung.

Die Orientierung des Fahrzeugs wird durch die Position und Ausrichtung eines Referenzsystems gegeben. Ein solches Referenzsystem  $\mathbf{F}$  können wir beispielsweise wie in Abbildung 3.8.11 definieren. Der Ursprung liegt in der Mitte der Hinterachse, die Z-Achse ist durch die Längsachse des Fahrzeugs gegeben und in Richtung der Front orientiert. Die Y-Achse zeigt nach oben, die X-Achse komplettiert das Rechtssystem.

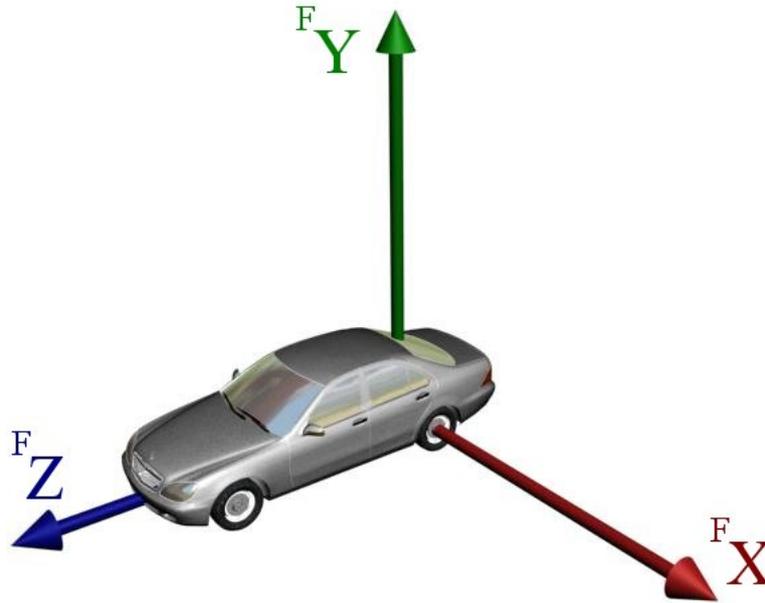


Abbildung 3.8.11.: Beispiel für die Definition des Fahrzeugsystems

Ebenso ist es notwendig, ein System für das beobachtende Fahrzeug, im Folgenden Weltsystem  $\mathbf{W}$  genannt, zu definieren. Die Definition entspricht der des Systems  $\mathbf{F}$ . Die Transformation  ${}^{\mathbf{C}}M_{\mathbf{W}}$  von Kamera- in Weltsystem ist durch die Installation der Kameras im Fahrzeug bekannt.

Zum Zwecke der Ergebnisinterpretation beschreiben wir, wie die drei Größen Fahrzeugorientierung, Fahrzeugbewegung und Fahrzeugform aus den Ergebnissen  $\hat{\mathbf{r}}_t, \hat{\mathbf{T}}_t, \hat{\mathbf{X}}_i$ , mit  $t \in \mathcal{M}_{t_{neu}}$  und  $i \in \mathcal{I}_{t_{neu}}$ , der Ausgleichung zu einem aktuellen Zeitpunkt  $t_{neu}$ , zu extrahieren und interpretieren sind. Darüber hinaus werden wir diskutieren, wie sich die beiden in Abschnitt 3.7.1.3 aufgezeigten Probleme auf diese Größen und damit auf die Anwendungen auswirken.

### 3.8.1. Fremdfahrzeugorientierung

Für die Detektion von Kollisionen ist die Fremdfahrzeugorientierung, also die Position und Ausrichtung eines Referenzsystems, nicht von zentraler Bedeutung. Viel eher ist eine robuste Positions- und Bewegungsangabe der beobachteten Punktwolke und damit der geschätzten Fahrzeugoberfläche von Interesse.

Die Schätzung der Fahrzeugposition ist insofern ein schwieriges Problem, als das Fahrzeugsystem  $\mathbf{F}$  durch die Beobachtungen nicht eindeutig definiert ist. Auf Basis der Beobachtungen wird initial, wie in Abschnitt 3.7.1.1 beschrieben, ein Objektsystem  $\mathbf{O}$  festgelegt. Der Zusammenhang von  $\mathbf{O}$  und  $\mathbf{F}$  ist durch eine Transformation

$${}^{\mathbf{F}}M_{\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{F}}R_{\mathbf{O}} & {}^{\mathbf{F}}T_{\mathbf{O}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8.1)$$

gegeben. Wird zur Bestimmung der Näherungswerte die Propagationsmethode verwendet und damit das Datumsproblem umgangen, so bleibt unter Vernachlässigung des Abwanderungsproblems die relative Lage beider Systeme zu allen Zeitpunkten gleich und muss nur einmalig bestimmt werden.

Eine Möglichkeit zur Approximation der Ausrichtung des Fahrzeugsystems  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{C}}$  folgt aus der Annahme, dass sich das Fahrzeug vorwärts, also in positive Z-Richtung des Systems  $\mathbf{F}$ , bewegt. Die Z-Achse von  $\mathbf{F}$  ist daher durch die geschätzte Fahrtrichtung gegeben und die Y-Achse entspricht der Y-Achse von  $\mathbf{W}$ , jeweils aus Sicht des Kamerasystems. Die X-Achse ergibt sich per Kreuzprodukt.

Die Fahrtrichtung kann auf verschiedene Weise approximiert werden. Dies kann entweder aus den Ergebnissen der ersten Ausgleichung oder vor dem Ausgleichungsprozess, unter Verwendung a priori berechneter Informationen, geschehen. Diese Informationen könnten beispielsweise auf geschätzten punktbezogenen Bewegungsvektoren, wie in [Franke *et al.*, 2005] und [Rabe *et al.*, 2007] beschrieben, basieren. Aus der genäherten Fahrtrichtung können wir nun den Unterschied in der Ausrichtung der Systeme  $\mathbf{F}$  und  $\mathbf{O}$  berechnen:

$${}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{O}} = {}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{C}} {}^{\mathbf{O}}\mathbf{R}_{\mathbf{C}}^{\top} \quad (3.8.2)$$

Anstatt bei jedem Schritt  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{O}}$  auf die Ergebnisparameter anzuwenden, können wir alternativ die initiale Näherung für die Ausrichtung des Objektsystems  $\mathbf{O}$  durch  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{C}}$  ersetzen. In diesem Fall folgt  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{R}_{\mathbf{O}} = I_3$ .

Die Bestimmung der relativen Translation  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{T}_{\mathbf{O}}$  ist ein bisher ungelöstes Problem. Ein Ansatz wäre, die Position des Ursprungs von  $\mathbf{F}$  anhand der geschätzten Fahrzeugform zu bestimmen. Ist Fahrtrichtung und Fahrzeugform hinreichend bekannt, könnten wir auf die Position der Hinterachse schließen. In den in Kapitel 4 gezeigten Experimenten nähern wir die Fahrzeugposition mit der Position des Ursprungs von  $\mathbf{O}$ , so dass  ${}^{\mathbf{F}}\mathbf{T}_{\mathbf{O}} = \mathbf{0}$  gilt.

Die gesuchte Transformation zwischen Eigen- und Fremdfahrzeug zum Zeitpunkt  $t_{neu}$ , d.h. die Lage des beobachteten Fahrzeugs aus Sicht des Eigenfahrzeugs, ergibt sich insgesamt zu:

$$({}^{\mathbf{F}}\mathbf{M}_{\mathbf{W}})_{t_{neu}} := \begin{bmatrix} R(\mathbf{r}_{t_{neu}}^{\mathbf{F}}) & \mathbf{T}_{t_{neu}}^{\mathbf{F}} \\ \mathbf{0}^{\top} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8.3)$$

$$= {}^{\mathbf{F}}\mathbf{M}_{\mathbf{O}} ({}^{\mathbf{O}}\mathbf{M}_{\mathbf{C}})_{t_{neu}} {}^{\mathbf{C}}\mathbf{M}_{\mathbf{W}} \quad (3.8.4)$$

Die Matrix  $({}^{\mathbf{O}}\mathbf{M}_{\mathbf{C}})_{t_{neu}}$ , welche die aktuelle Position und Ausrichtung von  $\mathbf{O}$  zu  $\mathbf{C}$  enthält, ergibt sich dabei aus den geschätzten Orientierungsparametern  $\hat{\mathbf{r}}_{t_{neu}}, \hat{\mathbf{T}}_{t_{neu}}$  für den letzten Zeitpunkt  $t_{neu}$  des aktuellen Ausgleichungsfensters  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$ . Die besten Schätzer der Orientierungsparameter für alle  $t \in \mathcal{M}_{t_{neu}}$ , mit  $t < t_{neu}$ , können wir als Korrektur der Systemorientierung der vorangegangenen Zeitpunkte verstehen. Die geschätzte Objekttrajektorie folgt also aus den besten Schätzern der Orientierungsparameter des jeweils letzten Zeitpunktes der konsekutiven Zeitfenster, wie in Abbildung 3.8.12 am Beispiel der Translationsparameter verdeutlicht. Der Vektor  $\hat{\mathbf{T}}_{t_{neu}}$  ist nur solange eine gute Schätzung für die Objektposition, wie der Zusammenhang von Objekt und Objektsystem besteht. In langen Bildfolgen müssen wir diesen Zusammenhang daher aufgrund des Abwanderungsproblems, wie in Abschnitt 3.7.1.3 beschrieben, überprüfen und korrigieren.

### 3.8.2. Fremdfahrzeugbewegung

Die Relativbewegung des beobachteten Fahrzeugs ist, anders als seine relative Position, auch für die Kollisionsvermeidung von großer Bedeutung. Aufgrund der Relativbewegung des Fahrzeugsystems kann eine Prognose für die weitere Bewegung der ausgeglichenen Punktwolke und damit der sichtbaren Fahrzeugoberfläche gestellt werden.

Eine Schätzung für die translatorische Geschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit des Fremdfahrzeugs können wir aus den geschätzten Transformationsparametern der letzten beiden Zeitpunkte  $t_{neu}$  und  $t_{alt} := t_{neu} - 1$  und der aktuellen Bildrate der Kamera berechnen:

$$\Delta \mathbf{T}^{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{T}_{t_{neu}}^{\mathbf{F}} - \mathbf{T}_{t_{alt}}^{\mathbf{F}}}{\Delta t} \quad (3.8.5)$$

$$R(\Delta \mathbf{r}^{\mathbf{F}}) = R(\Delta t \mathbf{r}_{diff}^{\mathbf{F}}) \quad (3.8.6)$$

Der Skalar  $\Delta t$  bezeichnet die zeitliche Differenz zwischen  $t_{neu}$  und  $t_{alt}$  und  $\mathbf{r}_{diff}$  sind die Rodriguezparameter der differentiellen Rotation des Objektes vom Zeitpunkt  $t_{alt}$  auf den Zeitpunkt  $t_{neu}$ :

$$R(\mathbf{r}_{diff}^F) = R(\mathbf{r}_{t_{neu}}^F)R(\mathbf{r}_{t_{alt}}^F)^T \quad (3.8.7)$$

Die aktuelle Gierrate des Fahrzeugs ist dann durch  $|\Delta \mathbf{r}^F|$  gegeben. Die Parameter  $\mathbf{T}_t^F$  und  $\mathbf{r}_t^F$  für  $t \in \{t_{neu}, t_{alt}\}$  können wir dabei aus den geschätzten Orientierungsparametern für die jeweils letzten Zeitpunkte der entsprechenden Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  und  $\mathcal{M}_{t_{alt}}$  errechnen, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der differentiellen Transformationsparameter ist, die Parameter aus den letzten beiden Zeitpunkten des aktuellen Zeitfensters zu berechnen. In diesem Fall müssen wir die Parameter  $\mathbf{T}_{t_{alt}}^F$  und  $\mathbf{r}_{t_{alt}}^F$  entsprechend Gleichung (3.8.4) aus den geschätzten Parametern  $\hat{\mathbf{r}}_{t_{neu}-1}$  und  $\hat{\mathbf{T}}_{t_{neu}-1}$  des vorletzten Zeitpunktes des aktuellen Zeitfensters berechnen. Die Berechnung der Geschwindigkeiten ist dann unabhängig von Datumsunterschieden zwischen den Zeitfenstern, also unabhängig von der verwendeten Methode zur Berechnung der Näherungswerte. Das Abwanderungsproblem ist für die Bestimmung der Bewegung insofern unproblematisch, als dass sich der Effekt der Abwanderung nur in den Ergebnissen weit auseinanderliegender und nicht direkt aufeinanderfolgender Zeitpunkte zeigt. Die zuletzt vorgestellte Vorgehensweise zur Extraktion der differentiellen Transformationsparameter ist in Abbildung 3.8.12 am Beispiel der differentiellen Translationsparameter veranschaulicht. Für die differentiellen Rotationsparameter verfahren wir analog.

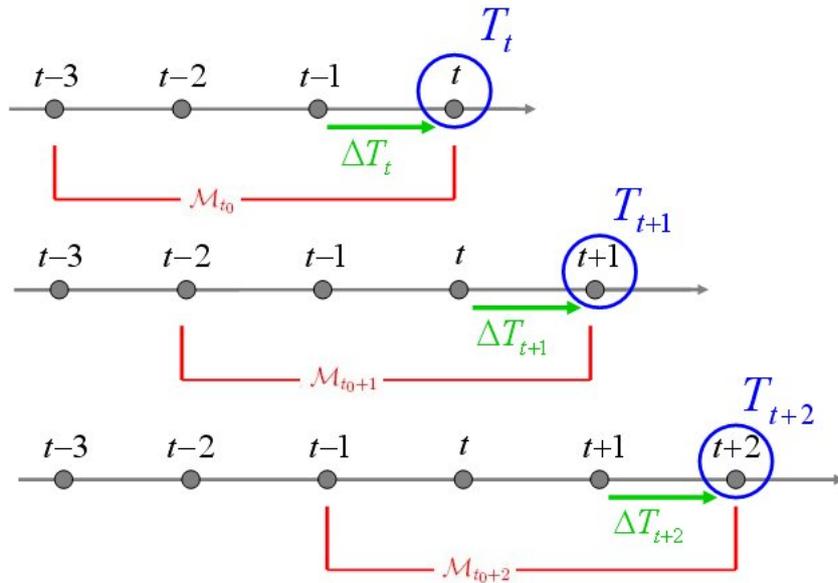


Abbildung 3.8.12.: Extraktion der Translationsparameter bei Verwendung eines gleitenden Zeitfensters

### 3.8.3. Fremdfahrzeugform

Die ausgeglichene Punktwolke  $\widehat{\mathbf{X}}_i, i \in \mathcal{I}_{t_{neu}}$  approximiert die von der Kamera aus sichtbaren Teile der Fahrzeugoberfläche. Die Bewegung jedes Punktes ist durch die Fahrzeugbewegung bekannt. Vergleichen wir diese Trajektorien im Eigenfahrzeugsystem  $\mathbf{W}$  mit den Ausmaßen des Eigenfahrzeugs, so sind hinreichende Informationen zur Kollisionsdetektion gegeben. Die Schätzung der Fahrzeugform bleibt vom Datums- und Abwanderungsproblem unbeeinflusst, solange sie sich auf das aktuelle Zeitfenster beschränkt. Dies gilt jedoch nicht, wenn wir Objektpunkte aus den Ausgleichsergebnissen vergangener Zeitfenster zur Vervollständigung der geschätzten Form heranziehen.



## 4. Experimente und Ergebnisse

Wir wollen nun einige experimentelle Ergebnisse einer Implementation des Verfahrens betrachten. Zu diesem Zweck wurde das Verfahren zu großen Teilen in Matlab implementiert. Die Experimente basieren auf synthetisch generierten und realen Stereobildfolgen. In den Ergebnissen dieser Experimente werden wir einen unerwarteten systematischen Fehler in der Schätzung der Objektposition beobachten. Diesen Fehler werden wir in den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 motivieren und beschreiben, wie er zu beheben ist. Des Weiteren entspricht die Glattheit der Ergebnisse nicht den gestellten Anforderungen. Wir werden daher in Abschnitt 4.2.3 zeigen, wie Glattheitsbedingungen in das Verfahren integriert werden können.

Bei allen in diesem Kapitel vorgestellten Experimenten schätzen wir die Orientierung des beobachteten Fahrzeugs relativ zum Kamerasystem. Die Berechnung der in Abschnitt 3.8 definierten Transformation  ${}^C M_W$  entfällt also. Die in Gleichung (3.8.1) beschriebene Transformation zwischen Kamerasystem und Fahrzeugsystem  ${}^F M_O$  bestimmen wir anhand der geschätzten Fahrtrichtung, wie in Abschnitt 3.8.1 erläutert. Wir nehmen an, dass für die Translation zwischen diesen beiden Systemen  ${}^F T_O = \mathbf{0}$  gilt.

### 4.1. Experimente auf synthetisch generierten Stereobildfolgen

Wir betrachten zunächst die Anwendung des Verfahrens auf synthetisch generierte Stereobildfolgen. Der Vorteil bei Experimenten auf synthetischen Daten ist die Möglichkeit, die Ergebnisse mit den wahren Werten zu vergleichen. D.h. in unserem Fall, dass wahre Werte  $\widetilde{{}^t X_i}$  für die beobachteten dreidimensionalen Punkte zur Verfügung stehen. Daraus ergeben sich entsprechend der Abschnitte 3.7.1.1 und 3.7.2.1 Vergleichsmöglichkeiten  $\widetilde{T}_t, \widetilde{r}_t$  für die geschätzten Parameter der Orientierung und  $\widetilde{X}_i$  für die geschätzten Koordinaten der Objektpunkte. Diese Vergleichswerte werden wir im Folgenden als *Ground Truth* bezeichnen.

#### 4.1.1. Versuchsaufbau

Die synthetischen Daten basieren auf simulierten, dreidimensionalen Modellen von Verkehrsszenen mit bewegten Fahrzeugmodellen, welche durch Software der Daimler AG erstellt wurden. Zum Zwecke der Bildgewinnung platzieren wir ein simuliertes Stereokamerapaar in der Szene, auf dessen Basis mit Hilfe des Raytracers *POV-Ray*<sup>1</sup> die Stereobildfolge generiert wird. Ein Beispiel für ein solches Bild ist in Abbildung 4.1.1 gegeben. Wir wählen dann das Fahrzeugmodell, dessen Trajektorie geschätzt werden soll und eine gewisse Anzahl von Punkten auf dessen Oberfläche. Die Koordinaten dieser Punkte zu allen Aufnahmezeitpunkten  $t$  stellen die Ground Truth  $\widetilde{{}^t X_i}$  der beobachteten dreidimensionalen Punkte dar. Mit der bekannten Aufnahmegeometrie erhalten wir aus  $\widetilde{{}^t X_i}$  die Originalbildpunkte  $\widetilde{{}^t x'_i}$  und  $\widetilde{{}^t x''_i}$ . Durch Addition von normalverteiltem Rauschen ergeben sich die beobachteten Bildpunkte

$${}^t x'_i = \widetilde{{}^t x'_i} + \begin{bmatrix} \beta'_x \\ \beta'_y \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

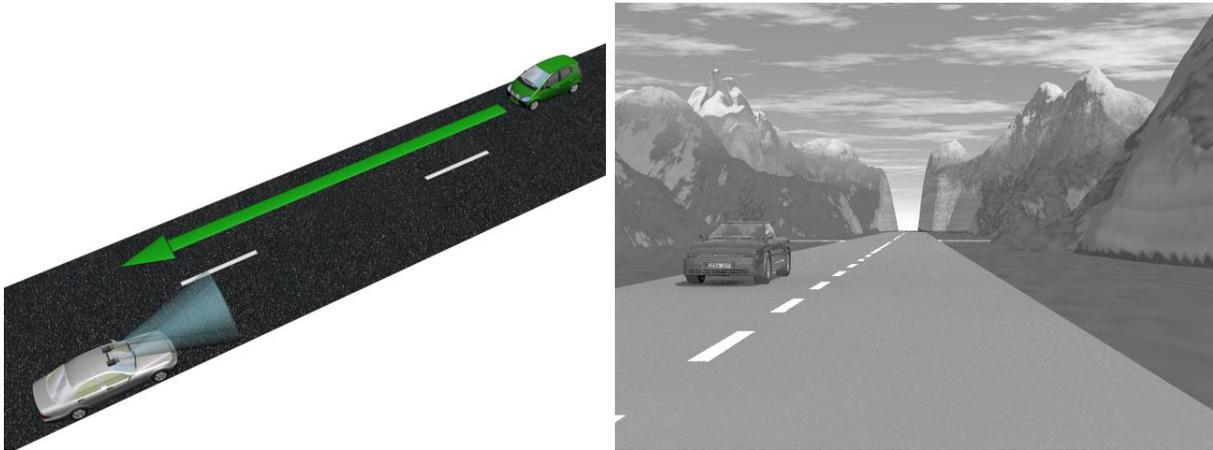
und

$${}^t x''_i = \widetilde{{}^t x''_i} + \begin{bmatrix} \beta''_x \\ \beta''_y \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

<sup>1</sup>Persistence of Vision Raytracer <http://www.povray.org/> (Stand: 26.2.2008)

mit  $\beta'_x, \beta''_x \sim \mathcal{N}(0, \sigma_x^2)$  und  $\beta'_y, \beta''_y \sim \mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$ . Die verrauschten Bildpunkte bilden zusammen mit den bekannten Kameraparametern und den angenommenen Genauigkeiten der Bildpunkte die in Abschnitt 3.1.1 definierten Eingabedaten für das Schätzverfahren.

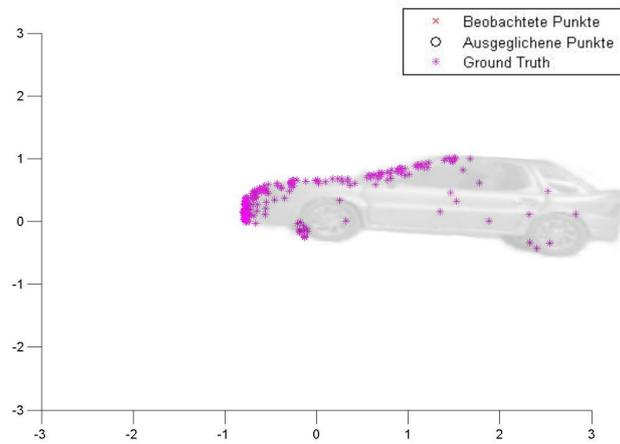
Als Beispiel für eine solche Simulation betrachten wir die in Abbildung 4.1.1 dargestellte Verkehrsszene. Das simulierte Stereokamerapaar ist in der Mitte der rechten Fahrbahn positioniert. Es befindet sich in etwa einem Meter Höhe mit Blick in Fahrbahnrichtung und ist unbeweglich. Die relative Orientierung entspricht dem Normalfall, bei einer Basis von 0.3 Metern. Die innere Orientierung der Kameras ist gleich und wird durch die Kalibriermatrix  $K$  beschrieben. Beobachtet wird ein Fahrzeug, das sich auf der Gegenfahrbahn aus einer Entfernung von 80 Metern bis auf 20 Meter annähert. Die Bewegungsrichtung entspricht der Z-Achse des Kamerasystems. Die gerenderte Bildfolge besteht aus 70 Bildern. Die tatsächliche Geschwindigkeit des Fahrzeugs beträgt 20 Meter pro Sekunde. Das Kamerapaar wird in Abbildung 4.1.1, wie in allen folgenden Szenenbeschreibungen, durch das silbergraue Fahrzeug mit dem Kameraaufbau symbolisiert. Die transparenten Kegel beschreiben die Aufnahme-richtung.



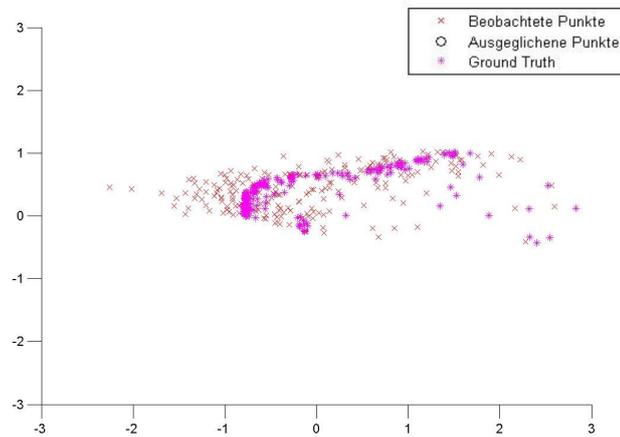
**Abbildung 4.1.1.:** Links: schematische Darstellung der ersten synthetischen Testszene, Rechts: Einzelbild einer mit POV-Ray gerenderten Bildfolge

Die Simulation der Beobachtungsdaten wird anhand von Abbildung 4.1.2 deutlich. Gezeigt ist eine Seitenansicht des Fremdfahrzeugs, bei einer Entfernung von etwa 20 Metern. In 4.2(a) sehen wir die durch das Symbol  $*$  markierten ausgewählten Punkte der Ground Truth  ${}^t\widetilde{\mathbf{X}}_i$ . In 4.2(b) kommen die durch die verrauschten Bildpunkte  ${}^t\mathbf{x}'_i$  und  ${}^t\mathbf{x}''_i$  vorwärts eingeschnittenen Beobachtungen  ${}^t\mathbf{X}_i$  hinzu. Diese sind durch das Zeichen  $\times$  markiert. Die Varianzen des auf die Bildpunkte aufaddierten Rauschens betragen  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 0.2^2$  Pixel. Die geschätzten Positionen  ${}^t\widehat{\mathbf{X}}_i = R(\widehat{\mathbf{r}}_t)\widehat{\mathbf{X}}_i + \widehat{\mathbf{T}}_t$  aus einer Ausgleichung über das gesamte Zeitfenster sind in 4.2(c) als Kreise  $\circ$  abgebildet. In der Parameterschätzung wurde der in Abschnitt 4.1.2 und 4.1.3 beschriebene systematische Fehler beachtet und mithilfe der entsprechenden Techniken behoben.

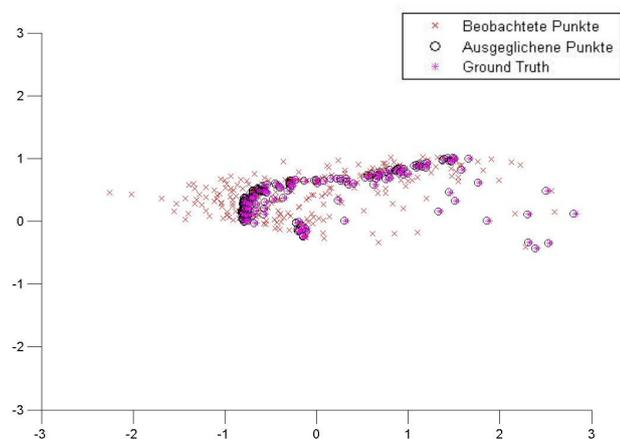
Die hohe Genauigkeit der rekonstruierten Fahrzeugform ist auf die hohe Anzahl und Lebensspanne der beobachteten Tracks und die Verwendung eines einzigen großen Zeitfensters zurückzuführen. Bei Experimenten auf realen Daten, mit kleinen gleitenden Zeitfenstern, ist eine solch hohe Genauigkeit nicht zu erwarten.



(a) Ground Truth



(b) Vorwärts eingeschnittene Punkte



(c) Geschätzte Fahrzeugform

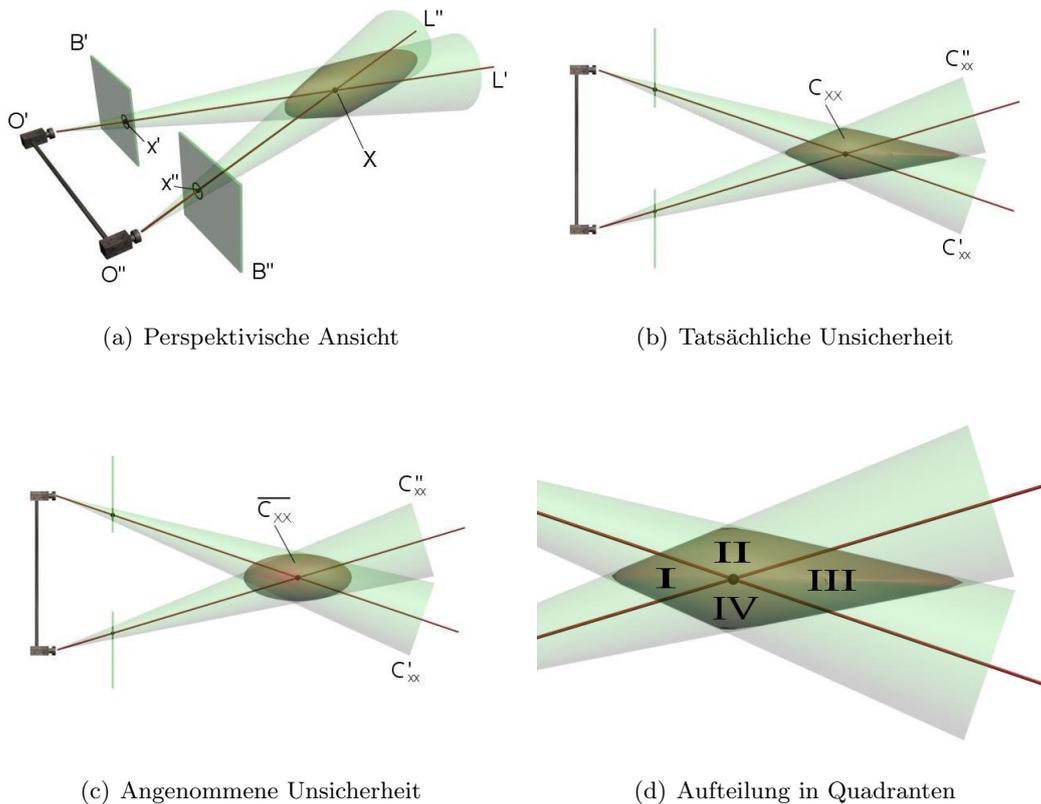
**Abbildung 4.1.2.:** Seitliche Ansicht der Punktwolkenstrukturen der ersten Testszene. Dargestellt sind die Ground Truth (a), die vorwärts eingeschnittenen Punkte (b) und die ausgeglichenen Punkte (c).

### 4.1.2. Systematischer Fehler aufgrund der Annahme Gauß-verteilter Beobachtungen

Anhand des Vergleiches der geschätzten Parameter zur Ground Truth wird ein systematischer Fehler in der Positionsschätzung entlang der Z-Achse des Kamerasystems beobachtet. Aufgrund der Aufnahmesituation erwarten wir eine systematisch zu weit geschätzte Position. In Abschnitt 4.1.2.1 begründen wir diese Erwartung und stellen eine Methode zur Behebung des Fehlers vor. Entgegen der Erwartung erhalten wir jedoch systematisch zu kurz geschätzte Positionen. Diesen unerwarteten Fehler werden wir in Abschnitt 4.1.3 motivieren und verschiedene Lösungsstrategien vorschlagen.

#### 4.1.2.1. Motivation

Der Fehler folgt aus der linearen Fehlerfortpflanzung der Genauigkeiten der Bildpunkte beim Vorwärtsschnitt. Für ein besseres Verständnis betrachten wir Abbildung 4.1.3. Die Abbildung zeigt die Geometrie des Abbildungsprozesses eines dreidimensionalen Punktes  $\mathbf{X}$  auf die Stereobildpunkte  $\mathbf{x}'$  und  $\mathbf{x}''$ . Der Schnitt der Kegel  $C'_{xx}$  und  $C''_{xx}$ , welche jeweils den 1-Sigma-Bereich der Bildpunktgenauigkeiten repräsentieren, bildet den 1-Sigma-Bereich  $C_{XX}$  der Unsicherheit bei der Rekonstruktion von  $X$ . Unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung bei der Fehlerfortpflanzung hat dieser Bereich die Form eines Ellipsoids mit  $X$  als Schwerpunkt, wie in Abbildung 4.1.3 (c) dargestellt. Die Ausdehnung des Bereiches ist in diesem Fall also achsensymmetrisch.



**Abbildung 4.1.3.:** Visualisierung des Abbildungsprozesses in perspektivischer Ansicht (a) und Ansicht von oben (b-d). Der Punkt  $\mathbf{X}$  wird, entlang der Sichtlinien  $L'$  und  $L''$  zu den durch die abgebildeten Kameras symbolisierten Projektionszentren  $O'$  und  $O''$ , auf die Bildpunkte  $\mathbf{x}'$  und  $\mathbf{x}''$  in den Bildern  $B'$  und  $B''$  abgebildet. Die Kegel  $C'_{xx}$  und  $C''_{xx}$  visualisieren die 1-Sigma-Genauigkeit der Bildpunkte und  $C_{XX}$  die daraus resultierende Unsicherheit bei der Rekonstruktion des 3D-Punktes  $\mathbf{X}$ .

Tatsächlich hat der Schnittbereich der Kegel jedoch die in Abbildung 4.1.3 (a),(b) und (d) abgebildete Form. Da wir von Gauß-verteilterm Bildrauschen ausgehen, werden im Schnitt genauso viele Bildpunkte, relativ zu ihren wahren Koordinaten, in positive (+) wie in negative Bildzeilenrichtung (-) verschoben sein. Für ein Stereopunktpaar sind also alle vier Kombinationen (+,+),(-,-),(+,-) und (-,+) gleich wahrscheinlich. Für die vorwärts eingeschnittenen Objektpunkte bedeutet dies, dass die Wahrscheinlichkeit, in welchem der in Abbildung 4.1.3 (d) dargestellten Quadranten sie bezüglich des wahren Objektpunktes  $X$  liegen, gleich groß ist. Wegen der unsymmetrischen Form von  $C_{XX}$  ist für einen Punkt in Quadrant III ein größerer Abstand zu  $X$  zu erwarten, als für einen Punkt in Quadrant I. Der Erwartungswert für die Position des rekonstruierten Punktes ist daher aus Sicht von  $X$  in Richtung des Quadranten III verschoben. Aus diesem Grund erwarten wir eine systematisch zu weit geschätzte Punktposition bezüglich der Z-Achse des Kamerasystems.

#### 4.1.2.2. Fehlerbehebung durch Berechnung der Terme zweiter Ordnung

Wir wollen nun die in der Motivation anschaulich beschriebene Ursache des Fehlers mathematisch formulieren. Dazu betrachten wir die ins Kamerasystem transformierten Bildkoordinaten

$$\overline{{}^t\mathbf{x}'_i} = K^{-1} {}^t\mathbf{x}'_i \quad (4.1.3)$$

$$\overline{{}^t\mathbf{x}''_i} = K^{-1} {}^t\mathbf{x}''_i \quad (4.1.4)$$

und deren Genauigkeiten

$$\overline{(C'_x x)_{it}} = K^{-1} (C'_x x)_{it} K^{-T} \quad (4.1.5)$$

$$\overline{(C''_x x)_{it}} = K^{-1} (C''_x x)_{it} K^{-T} \quad (4.1.6)$$

unter der Annahme, dass die relative Orientierung dem Normalfall entspricht und die innere Orientierung, gegeben durch die Kalibriermatrix  $K$ , gleich ist.

Die Z-Koordinate  $({}^t\mathbf{X}_i)_z$  des Objektpunktes  ${}^t\mathbf{X}_i$  errechnet sich aus  $\overline{{}^t\mathbf{x}'_i} = [(\overline{{}^t\mathbf{x}'_i})_x, (\overline{{}^t\mathbf{x}'_i})_y]^T$  und  $\overline{{}^t\mathbf{x}''_i} = [(\overline{{}^t\mathbf{x}''_i})_x, (\overline{{}^t\mathbf{x}''_i})_y]^T$  zu

$$({}^t\mathbf{X}_i)_z = \frac{Bc}{d_i} \quad (4.1.7)$$

$$= g(d_i) \quad (4.1.8)$$

mit der Basis  $B$  und der Kamerakonstante  $c$ . Die x-Parallaxe  $d_i$ , auch *Disparität* genannt, erhalten wir aus  $p_x = ({}^t\mathbf{x}'_i)_x - (\overline{{}^t\mathbf{x}''_i})_x$ . Da  $B$  und  $c$  feste Größen sind, erhalten wir  $({}^t\mathbf{X}_i)_z$  also als Funktion  $g$  von  $d_i$ .

Die beobachteten Bildpunkte sind stochastische Größen, von denen wir annehmen, dass sie normalverteilt sind. Daher ist auch  $d_i$  eine normalverteilte stochastische Größe. Die Genauigkeit der Parallaxe  $\sigma_{d_i}^2$  ist durch die Summe der (1,1)-Elemente von  $\overline{(C'_x x)_{it}}$  und  $\overline{(C''_x x)_{it}}$  gegeben.

Entsprechend der Argumentation im vorangegangenen Abschnitt stellt sich die Frage, welche Auswirkungen die Hinzunahme von Termen zweiter Ordnung auf die Bestimmung der erwarteten Z-Koordinate des Objektpunktes  $E(({}^t\mathbf{X}_i)_z)$  hat.

Die Approximation zweiter Ordnung des Erwartungswertes  $E(y)$  einer stochastischen Größe  $y = f(x)$ , welche von einer anderen stochastischen Größe  $x \sim \mathcal{N}(E(x), \sigma_x^2)$  funktional abhängig ist, ist laut [Förstner, 2005] durch

$$E(y) = f(E(x)) + \frac{1}{2} f''(E(x)) \sigma_x^2 \quad (4.1.9)$$

gegeben. Dabei entspricht der erste Summand der Approximation erster Ordnung. Der zweite Summand

$$\frac{1}{2} f''(E(x)) \sigma_x^2 \quad (4.1.10)$$

entspricht also dem Unterschied zwischen den Approximationen erster und zweiter Ordnung und beschreibt damit den gesuchten Fehler.

Angewendet auf Gleichung (4.1.7) errechnet sich mit

$$g''(d_i) = \frac{2Bc}{d_i^3} \quad (4.1.11)$$

der systematische Fehler  $\epsilon_i$  bei der Bestimmung der erwarteten Z-Koordinate zu:

$$\epsilon_i = \frac{Bc}{d_i^3} \sigma_{d_i}^2 \quad (4.1.12)$$

$$= ({}^t \mathbf{X}_i)_z \left( \frac{\sigma_{d_i}}{d_i} \right)^2 \quad (4.1.13)$$

Der im vorangegangenen Abschnitt motivierte systematische Fehler kann also durch Subtraktion der  $\epsilon_i$  von den Z-Koordinaten der entsprechenden Beobachtungen  ${}^t \mathbf{X}_i$ , vor Beginn des Ausgleichungsprozesses, behoben werden.

### 4.1.3. Systematischer Fehler aufgrund unverhältnismäßiger Fehlergewichtung

Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 4.1.2 vorgestellten Fehler beobachten wir jedoch zunächst eine unerwartete, zu kurze Schätzung der Objektposition. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 4.1.4 das Ergebnis einer Anwendung des Schätzverfahrens auf die ersten 30 Bilder der in Abbildung 4.1.1 dargestellten Szene abgebildet. Im linken Bild sehen wir den systematischen Unterschied zwischen Ground Truth und geschätzter Position entlang der Z-Achse. Im rechten Bild ist die Auswirkung des Fehlers auf die geschätzte Punktwolke dargestellt. Nach der Motivation des Fehlers werden wir zwei Vorgehensweisen zur Fehlerbehebung vorstellen. Dabei ist die erste Vorgehensweise durch eine schnell zu berechnende Heuristik gegeben, während die zweite statistisch fundiert ist, die Laufzeit des Verfahrens jedoch deutlich erhöht.

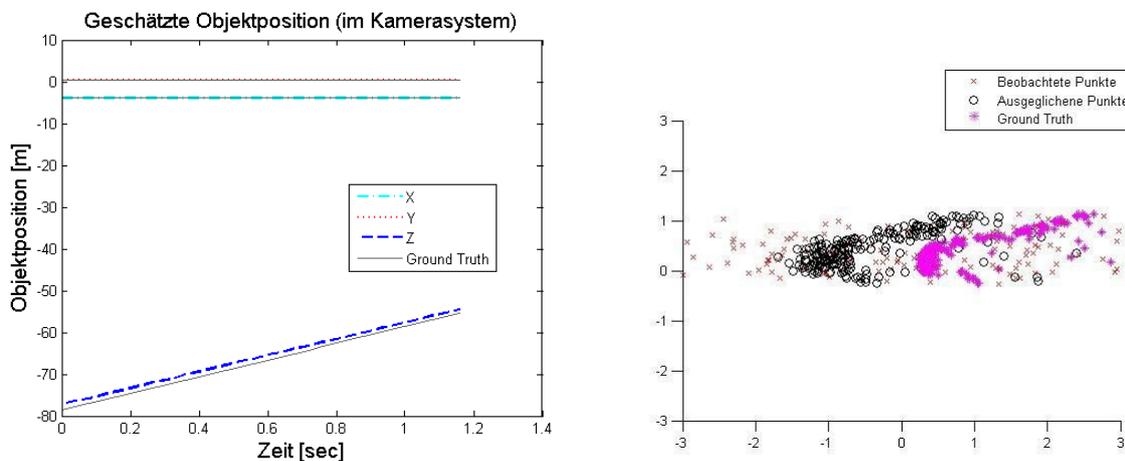


Abbildung 4.1.4.: Auswirkung des systematischen Fehlers auf die rekonstruierte Objektposition aus den ersten 30 Bildern der ersten Testszene

#### 4.1.3.1. Motivation

Auch hier ist die Ursache des Fehlers in der Bestimmung der Kovarianzmatrizen  $(C_{ll})_{it}$  zu suchen. Wir betrachten zu diesem Zweck einige Punkte  $\widetilde{\mathbf{Y}}_i, i = 1, \dots, n$ , deren tatsächliche Entfernung zur Kamera gleich ist. Eine solche Situation ist in Abbildung 4.5(a) dargestellt. Die Fehlerellipsen, welche die Unsicherheiten  $(C_{YY})_i$  bei der Rekonstruktion der Punkte  $\mathbf{Y}_i$  beschreiben, sind gleich groß:

$$(C_{YY})_i = C_{YY} \quad (4.1.14)$$

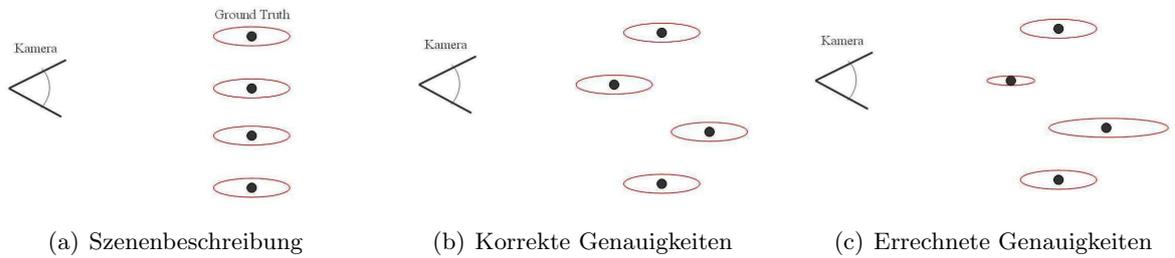
Wir nehmen zunächst vereinfachend an, dass diese Unsicherheiten tatsächlich einer Gauß-Verteilung entsprechen. Die Auswirkung dieser Annahme und die Behandlung des resultierenden Fehlers haben wir in Abschnitt 4.1.4 besprochen. Betrachten wir die, entsprechend der gegebenen Unsicherheiten, rekonstruierten Punkte, so erhalten wir die in Abbildung 4.5(b) veranschaulichte Situation. Aufgrund der gleichen Argumentation wie in Abschnitt 4.1.2.1 werden im Schnitt genauso viele Punkte zu kurz wie zu weit rekonstruiert. Der Erwartungswert des Fehlers  $E(\bar{\epsilon}_i)$  entlang der Z-Koordinate des Kamerasystems ist daher, aufgrund der Annahme normalverteilter Unsicherheiten, gleich Null. Betrachten wir nun den Erwartungswert des gewichteten quadratischen Fehlers:

$$E(\Omega_i^2) = E(w_i \bar{\epsilon}_i^2) \quad (4.1.15)$$

Dabei beschreibt  $w_i = [C_{YY}^{-1}]_{33}$  die Fehlergewichtung des Punktes  $\mathbf{Y}_i$  entlang der Z-Achse. Falls  $C_{YY}$ , und damit insbesondere  $w_i$ , für zu weit und zu nah rekonstruierte Punkte gleich ist, wie in Abbildung 4.5(b) dargestellt, so ist auch  $E(\Omega_i^2)$  gleich Null. Der Einfluss der Fehler von zu nah und zu weit rekonstruierten Punkten auf die Trajektorien-schätzung eines durch die  $Y_i$  definierten Objektes ist also gleich. Dies setzt allerdings voraus, dass wir die Unsicherheiten  $(C_{YY})_i$  jedes vorwärts eingeschnittenen Punktes  $\mathbf{Y}_i$  auf Basis der Position von  $\tilde{\mathbf{Y}}_i$  berechnen.

Da  $\tilde{\mathbf{Y}}_i$  unbekannt ist, berechnen wir  $(C_{YY})_i$  jedoch in Wirklichkeit an der Position  $\mathbf{Y}_i$ . Dies führt zu der in Abbildung 4.5(c) dargestellten Situation. Die Genauigkeiten der zu nah rekonstruierten Punkte werden höher eingeschätzt, als die Genauigkeiten von zu weit oder sogar perfekt rekonstruierten Punkten. Dies führt zu einer unverhältnismäßigen Fehlergewichtung.

Betrachten wir nun die Auswirkung dieser Tatsache auf die Trajektorien-schätzung. Der Einfluss zu nah rekonstruierter Punkte auf den Systemfehler und damit auf die geschätzte Objektposition ist aufgrund der Gewichtung höher, als der Einfluss zu weit rekonstruierter Punkte. Die geschätzte Objektposition wird also in Richtung der Kamera gezogen, und wir erhalten den beobachteten Fehler.



**Abbildung 4.1.5.:** Vereinfachte Darstellung der Ursache des systematischen Fehlers. Dargestellt sind 4 Ground-Truth-Punkte und deren Rekonstruktionsgenauigkeit in (a), die rekonstruierten Punkte mit den korrekten Genauigkeiten entsprechend der Ground-Truth-Position in (b) und mit ihren tatsächlich errechneten Genauigkeiten in (c).

#### 4.1.3.2. Fehlerbehebung durch gemittelte Kovarianzmatrix

Wir wollen zunächst eine approximative, heuristische Lösung des Problems durch alternative Berechnung der Kovarianzmatrix  $C_{ll}$  für jedes Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  vorstellen. Dabei umgehen wir die unverhältnismäßige Fehlergewichtung durch Berechnung einer mittleren Kovarianzmatrix aus den Genauigkeiten der Objektpunkte  $(C_{ll})_{it}$ . Bezüglich des in Abbildung 4.1.5 gegebenen Beispiels entspricht dies der Berechnung einer mittleren Fehlerellipse aus den Fehlerellipsen der Punkte  $\mathbf{Y}_i$ . Wir berechnen dazu Eigenwertzerlegungen für alle Kovarianzmatrizen  $(C_{ll})_{it}$ :

$$(C_{ll})_{it} = V_{it} D_{it} V_{it}^T \quad (4.1.16)$$

Aus diesen berechnen wir mittlere Eigenwerte  $\bar{D}$  durch

$$\bar{D} = \frac{\sum_{t \in \mathcal{M}_{t_{neu}}} \left( \sum_{i \in \mathcal{I}_{t_{neu}}} D_{it} \right)}{\sum_{i \in \mathcal{I}_{t_{neu}}} \Theta_{it_{neu}}} \quad (4.1.17)$$

Dabei ist  $\mathcal{I}_{t_{neu}}$  die Menge aller an der aktuellen Ausgleichung beteiligten Tracks und  $\Theta_{it_{neu}}$  die Menge aller gemeinsamen Zeitpunkte von Track  $i$  und Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$ . Der Divisor gibt also die Anzahl aller in die Ausgleichung eingehenden Indexkombinationen  $it$  an. Abschließend berechnen wir mit den gemittelten Eigenwerten die neuen Kovarianzmatrizen:

$$\overline{(C_{ll})_{it}} = V_{it} \bar{D}_{it} V_{it}^T \quad (4.1.18)$$

Die neue Kovarianzmatrix  $\overline{C_{ll}}$  setzt sich analog zu Abschnitt 3.1.5 aus den Matrizen  $\overline{(C_{ll})_{it}}$  zusammen. Die Mittelbildung behebt das in der Motivation erläuterte Problem der unverhältnismäßigen Fehlergewichtung. Wir erhalten die in Abbildung 4.5(b) dargestellte Situation.

In Abbildung 4.1.6 sehen wir die Auswirkung dieser Vorgehensweise auf die Schätzung der Objektposition. Der Nachteil der Mittelbildung liegt offensichtlich im Verlust der a priori bekannten Informationen der relativen Genauigkeiten der Bildpunkte.

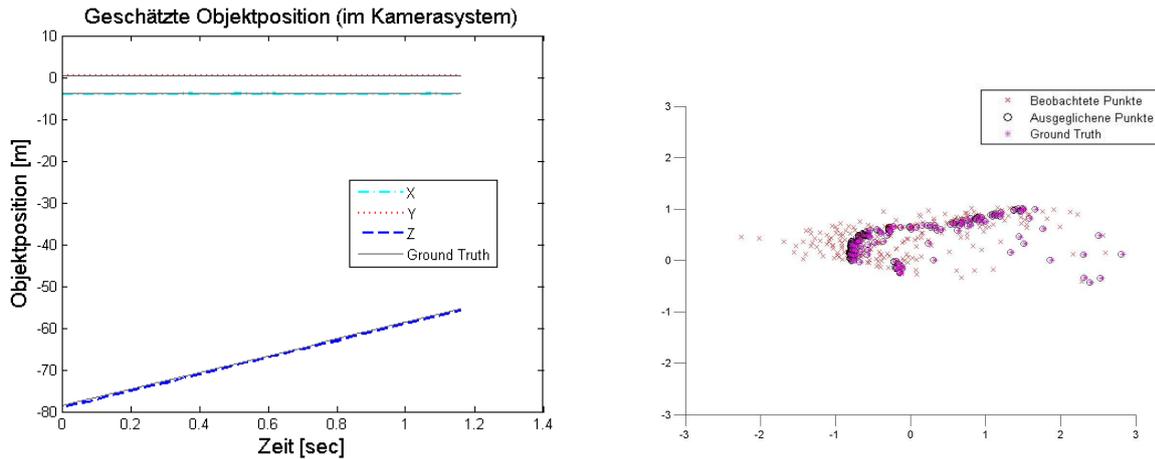


Abbildung 4.1.6.: Auswirkung der Verwendung gemittelter Kovarianzmatrizen auf den systematischen Fehler

#### 4.1.3.3. Fehlerbehebung durch geschätzte Kovarianzmatrix

Wir stellen nun eine Methode zur Behebung des systematischen Fehlers vor, welche die relativen Genauigkeiten der Bildpunkte weiterhin beachtet. Wie in der Motivation beschrieben, ist die Ursache des Fehlers darin begründet, dass die Genauigkeiten auf Basis der beobachteten, anstatt der wahren Punktkoordinaten berechnet werden. Eine Approximation der wahren Punktkoordinaten kann jedoch durch die ausgeglichenen Objektpunkte  $\widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu)}$  bestimmt werden. Basierend auf diesen Punkten können wir vor jeder Iteration  $\nu \neq 0$  der inneren Schleife des Ausgleichungsverfahrens eine verbesserte Approximation  $C_{ll}^{(\nu)}$  der wahren Kovarianzmatrix  $\widetilde{C}_{ll}$  nach folgendem Schema berechnen:

1. Berechne die verbesserten Beobachtungen

$${}^t \mathbf{X}_i^{(\nu)} = R(\widehat{\mathbf{r}}_t^{(\nu)}) \widehat{\mathbf{X}}_i^{(\nu)} + \widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} \quad (4.1.19)$$

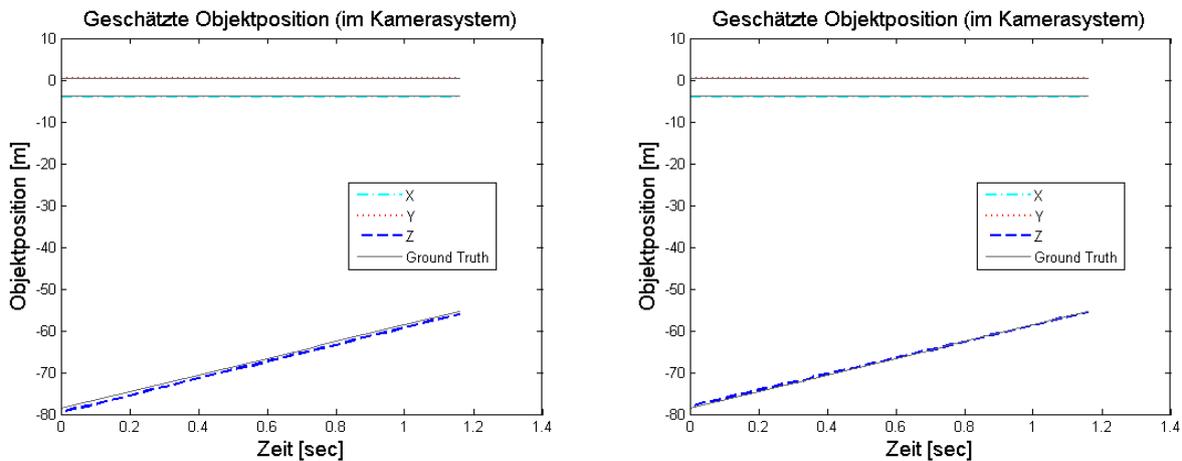
2. Berechne die verbesserten Bildkoordinaten

$${}^t \mathbf{x}'^{(\nu)} = \mathbf{P}' {}^t \mathbf{X}_i^{(\nu)} \quad (4.1.20)$$

$${}^t \mathbf{x}''^{(\nu)} = \mathbf{P}'' {}^t \mathbf{X}_i^{(\nu)} \quad (4.1.21)$$

3. Berechne die Genauigkeiten  $(C_U)_{it}^{(\nu)}$  aus den Kovarianzmatrizen der Bildpunkte  $(C_{xx})_{it}$  per Fehlerfortpflanzung über den Vorwärtsschnitt.
4. Setze die gesamte Kovarianzmatrix  $C_U^{(\nu)}$  aus den Teilmatrizen  $(C_U)_{it}^{(\nu)}$ , wie in Abschnitt 3.1.5 beschrieben, zusammen.

Die Anwendung dieser Methode führt zu dem im linken Bild der Abbildung 4.1.7 dargestellten Ergebnis. Die Position ist nun, wie in Abschnitt 4.1.2.1 motiviert, systematisch zu weit geschätzt. Unter zusätzlicher Anwendung der in Abschnitt 4.1.2.2 vorgestellten Methode, erhalten wir das im rechten Bild dargestellte Ergebnis. Der Nachteil der Methode liegt in der deutlichen Steigerung der Laufzeit, da die Kovarianzmatrix nun für jede Iteration der inneren Schleife berechnet werden muss.



**Abbildung 4.1.7.:** Links: Auswirkung der Verwendung geschätzter Kovarianzmatrizen auf den systematischen Fehler, Rechts: Ergebnis mit zusätzlicher Berechnung der Terme 2. Ordnung bei der Fehlerfortpflanzung

#### 4.1.4. Weitere Ergebnisse von Experimenten auf synthetischen Stereobildfolgen

In diesem Abschnitt wollen wir einige weitere Ergebnisse von Experimenten auf synthetischen Stereobildfolgen vorstellen. In Abbildung 4.1.8 sind die geschätzten Orientierungsparameter für die gesamte Bildfolge der in den vorherigen Abschnitten betrachteten Szene aufgetragen. In der Schätzung haben wir ein gleitendes Zeitfenster mit einer Fenstergröße von 10 Bildern verwendet. Wir beobachten eine deutliche Rauigkeit in den Schätzungen der differentiellen Parameter. In Abschnitt 4.2.3 werden wir auf diesen Umstand genauer eingehen.

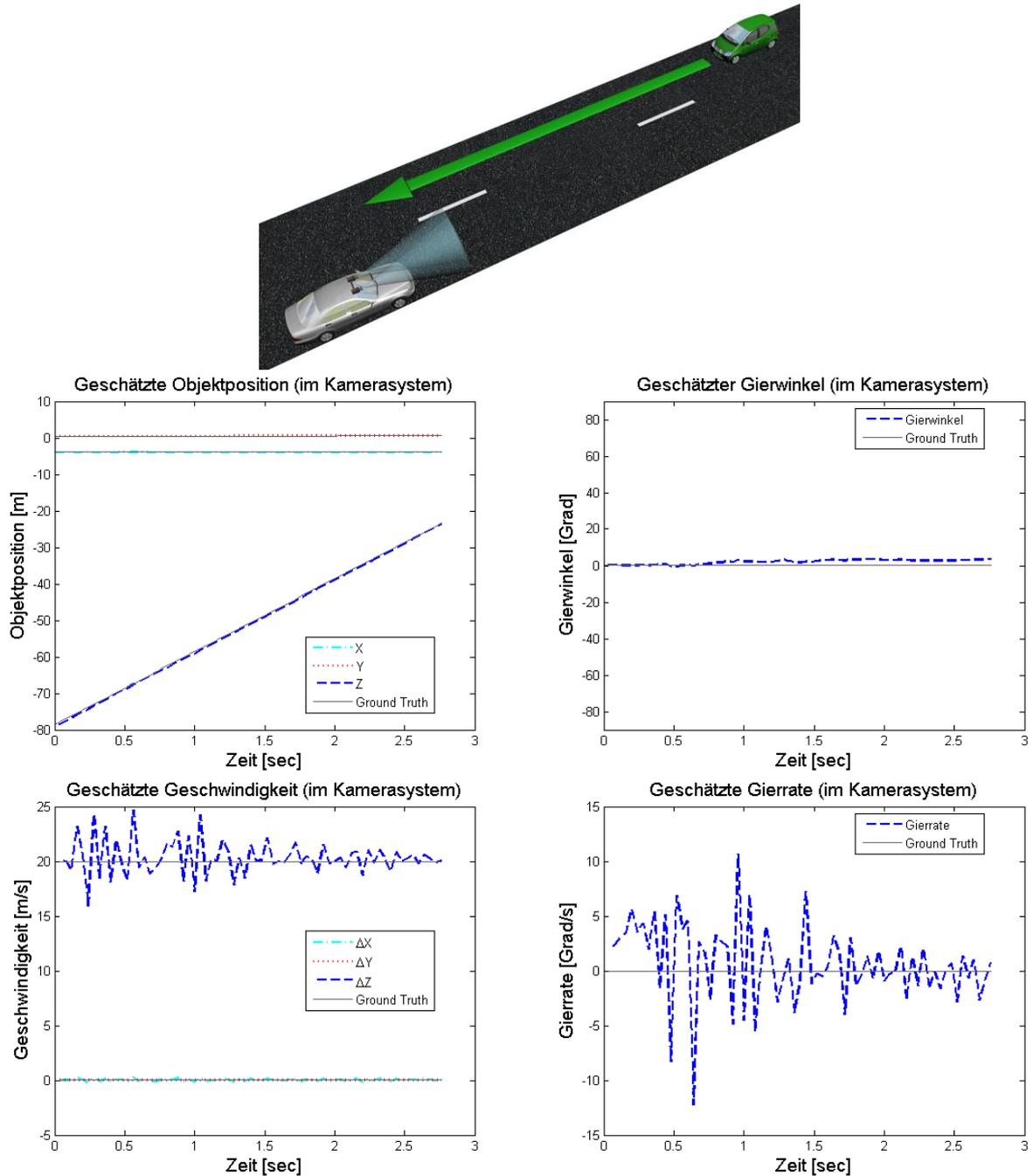


Abbildung 4.1.8.: Geschätzte Trajektorienparameter für die erste Testszene, unter Verwendung eines gleitenden Zeitfensters mit der Fenstergröße  $m = 10$

Wir wollen nun verdeutlichen, dass sich das Anwendungsgebiet des Verfahrens nicht nur auf rein translatorische Bewegungen parallel zur Sichtachse der Kamera beschränkt. Zu diesem Zweck zeigt Abbildung 4.1.9 die Ergebnisse aus der Trajektorien-schätzung eines sich quer zur Kamera bewegendes Fremdfahrzeuges und Abbildung 4.1.10 die Schätzungen auf Basis einer Abbiegeszene. Die Sprünge in der Geschwindigkeitsschätzung der Abbiegeszene entsprechen der Ground Truth. Sie sind darauf zurückzuführen, dass die Rotationsachse des simulierten Fremdfahrzeugmodells in der Fahrzeugmitte liegt. Das Objektkoordinatensystem befindet sich jedoch, aufgrund der sichtbaren Fahrzeugfläche, auf dem Heck des Fahrzeugs. Drehen wir das Fahrzeugmodell um seine Hochachse, führt dies zu einer Bewegung des Hecks und damit des Objektkoordinatensystems.

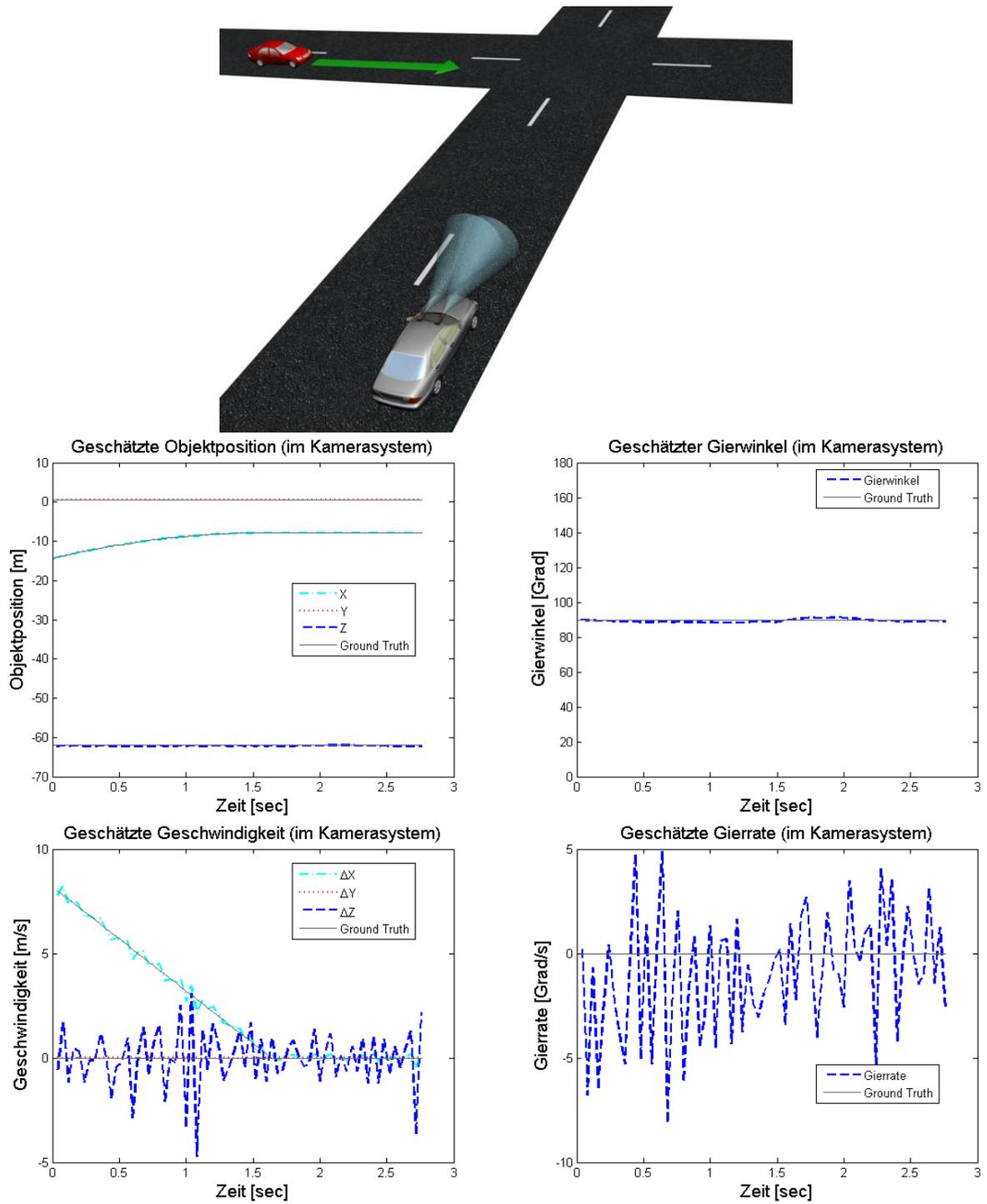


Abbildung 4.1.9.: Trajektorien-schätzung für ein sich quer zur Kamera bewegendes Fremdfahrzeug

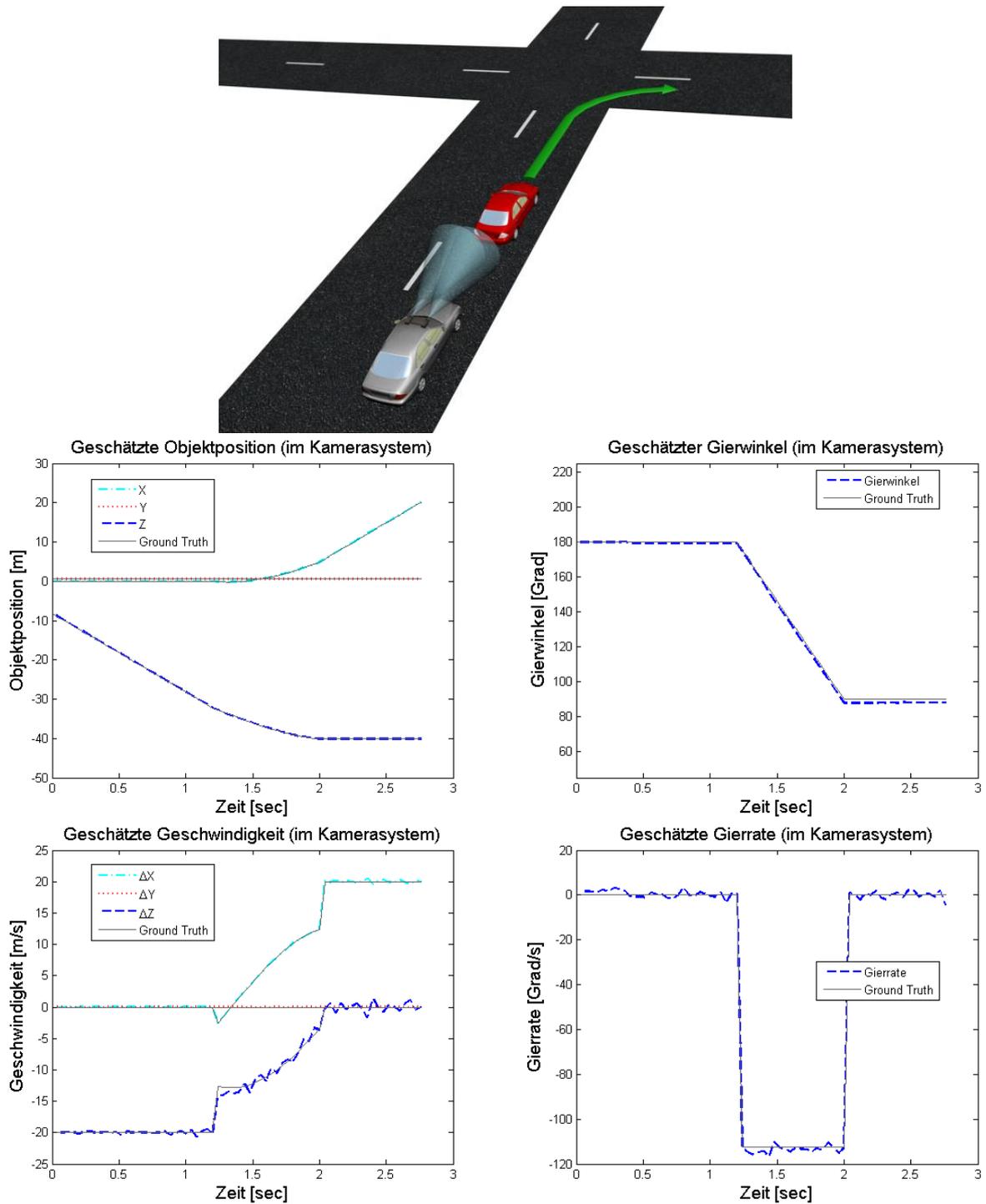


Abbildung 4.1.10.: Trajektorienschätzung für ein abbiegendes Fremdfahrzeug

## 4.2. Experimente auf realen Stereobildfolgen

In diesem Abschnitt betrachten wir Ergebnisse von Experimenten auf realen Stereobildfolgen. Die Bildfolgen stammen von, in einem Versuchsfahrzeug der Daimler AG befestigten Stereokameras. Da bei diesen Experimenten keine Ground-Truth-Informationen vorliegen, können wir die Ergebnisse lediglich qualitativ bewerten. Die Randbedingungen für die Trajektorienschätzung sind bei realen Bilddaten ungleich schlechter, als bei synthetischen generierten Bilddaten. Die Vorsegmentierung des Bildes in Fahrzeug und Hintergrund sowie die stereoskopische und temporale Zuordnung der

Punkte sind fehlerhaft. Ebenso ist die Anzahl der beobachteten Tracks begrenzt. Wir untersuchen im Folgenden, wie sich diese Bedingungen auf die Schätzung der Parameter auswirken und welchen Effekt die Anwendung der in Abschnitt 2.2 erläuterten Methoden und die Anwendung der Ausreißerdetektion in diesem Zusammenhang haben. Wir werden sehen, dass sich das beobachtete Rauschen der geschätzten Fremdfahrzeugposition und -geschwindigkeit deutlich erhöht. Aus diesem Grund zeigen wir in Abschnitt 4.2.3, wie Glattheitsbedingungen in die Trajektorienschätzung eingebracht werden können.

#### 4.2.1. Versuchsaufbau

In Abbildung 4.2.11 ist die Befestigung des Kamerapaars im Versuchsfahrzeug dargestellt. Es befindet sich etwa auf Höhe des Rückspiegels, mit einer Basis von ca. 0.31 Metern und mit Blick in Fahrtrichtung. Die aufgezeichneten Kamerabilder sind auf den Normalfall der relativen Orientierung rektifiziert. Die Vorsegmentierung sowie die stereoskopische und temporale Zuordnung der Bildpunkte werden durch Software der Daimler AG vorgenommen. Dabei basiert die temporale Zuordnung auf einem KLT-Tracker, siehe [Tomasi & Kanade, 1991]. Wir nehmen an, dass die beobachteten Bildpunkte gleich genau und normalverteilt sind, bei einer Standardabweichung von 0.2 Pixeln. Die Annahme über die Standardabweichung beruht auf Erfahrungswerten über die aus der verwendeten Software resultierenden Bildgenauigkeiten. Für die Schätzung der Trajektorienparameter verwenden wir, sofern nicht anders angegeben, ein gleitendes Zeitfenster mit einer Fenstergröße von  $m = 10$ . Die in Abschnitt 3.3 definierte minimale Tracklänge bestimmen wir zu  $\Theta_{min} = \frac{1}{2}m$ . Die Bildrate liegt im Schnitt bei 25 Bildern pro Sekunde.



**Abbildung 4.2.11.:** Befestigung des Stereokamerapaars im Versuchsfahrzeug

Wir betrachten nun ein Beispiel für eine reale Szene. Abbildung 4.2.12 beschreibt die zugrundeliegende Verkehrsszene. Das Eigenfahrzeug steht unbeweglich auf der rechten Fahrbahnseite. Geschätzt wird die Trajektorie eines entgegenkommenden Fremdfahrzeugs, welches sich mit nahezu gleichbleibender Geschwindigkeit bewegt. Die Bildfolge besteht aus 40 Bildern. Die geschätzten Parameter sind in Abbildung 4.2.13 aufgetragen. Die Bewegung in Y-Richtung resultiert aus dem Neigungswinkel der Kamera zur Straße. Wir beobachten deutliche Schwankungen in der geschätzten Position und damit in der geschätzten Geschwindigkeit. Der Effekt ist in den Ergebnissen der Anfangszeitpunkte stärker. Er ist also um so deutlicher, je größer die Entfernung des Fremdfahrzeugs zur Kamera ist. Diese Schwankungen sind zum Teil durch Ausreißer in den Eingabedaten begründet. Darüber hinaus stehen markant weniger Beobachtungen zur Verfügung, als in den synthetisch ge-

nerierten Szenen. Die Lebenszeit der Tracks erstreckt sich nicht über die gesamte Bildfolge. In dem aktuellen Beispiel beträgt die Anzahl der durchschnittlich pro Zeitfenster beobachteten Tracks etwa 120. Wir können dies an den rekonstruierten Punktwolken beobachten, welche in Abbildung 4.2.14 dargestellt sind. Wir sehen die rekonstruierten Punktwolken bei einer Fremdfahrzeugentfernung von etwa 50 Metern im oberen Bild und von etwa 30 Metern im unteren Bild. Das eingblendete Fahrzeug dient nur der Veranschaulichung und repräsentiert keine Ground-Truth-Information.

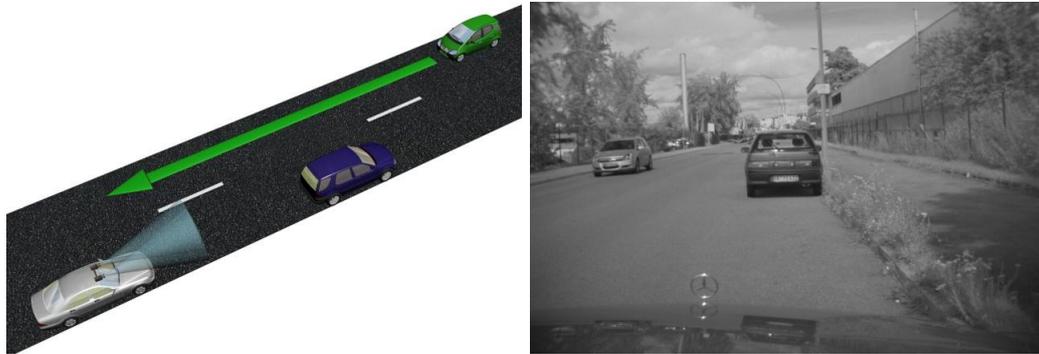


Abbildung 4.2.12.: Links: schematische Darstellung der ersten realen Testszene, Rechts: Einzelbild der zugrundeliegenden Bildfolge

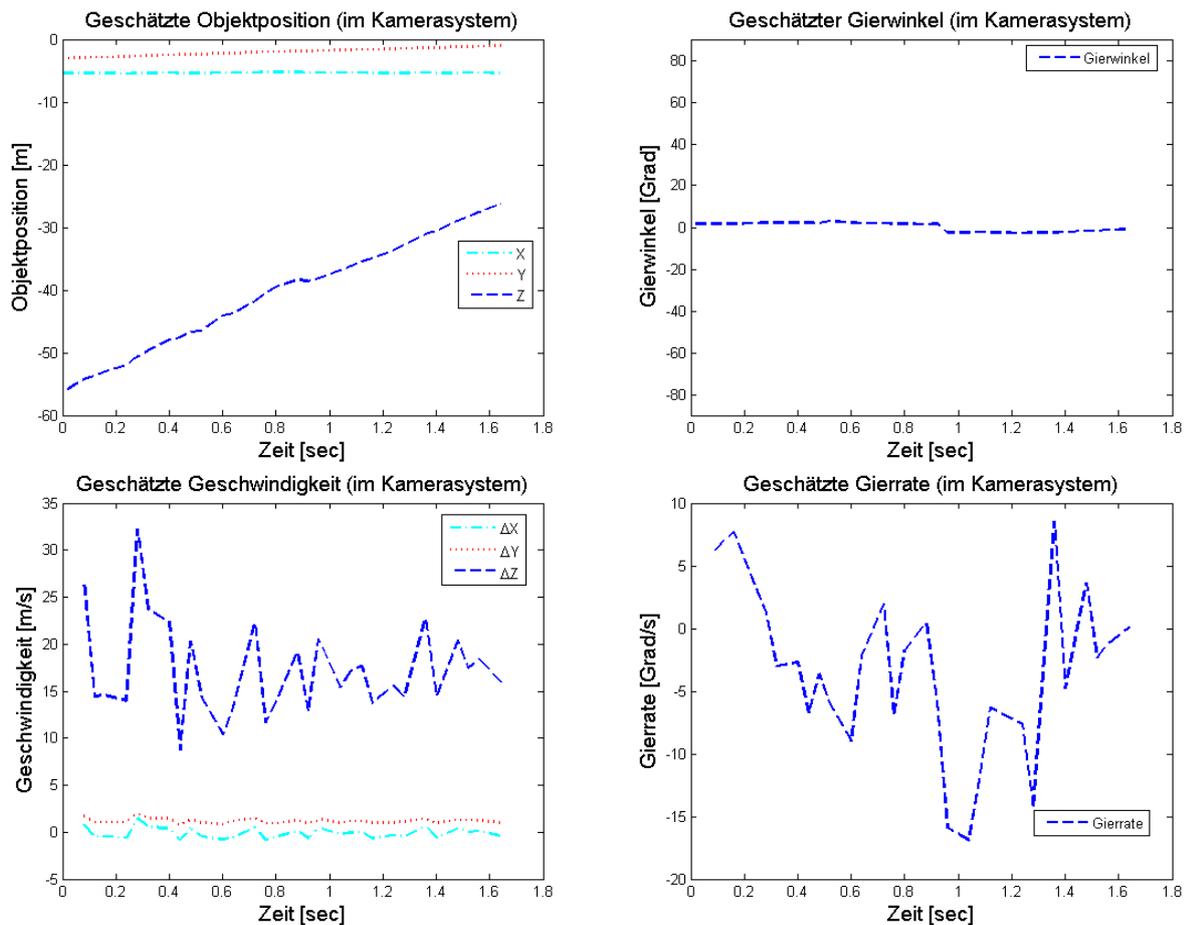
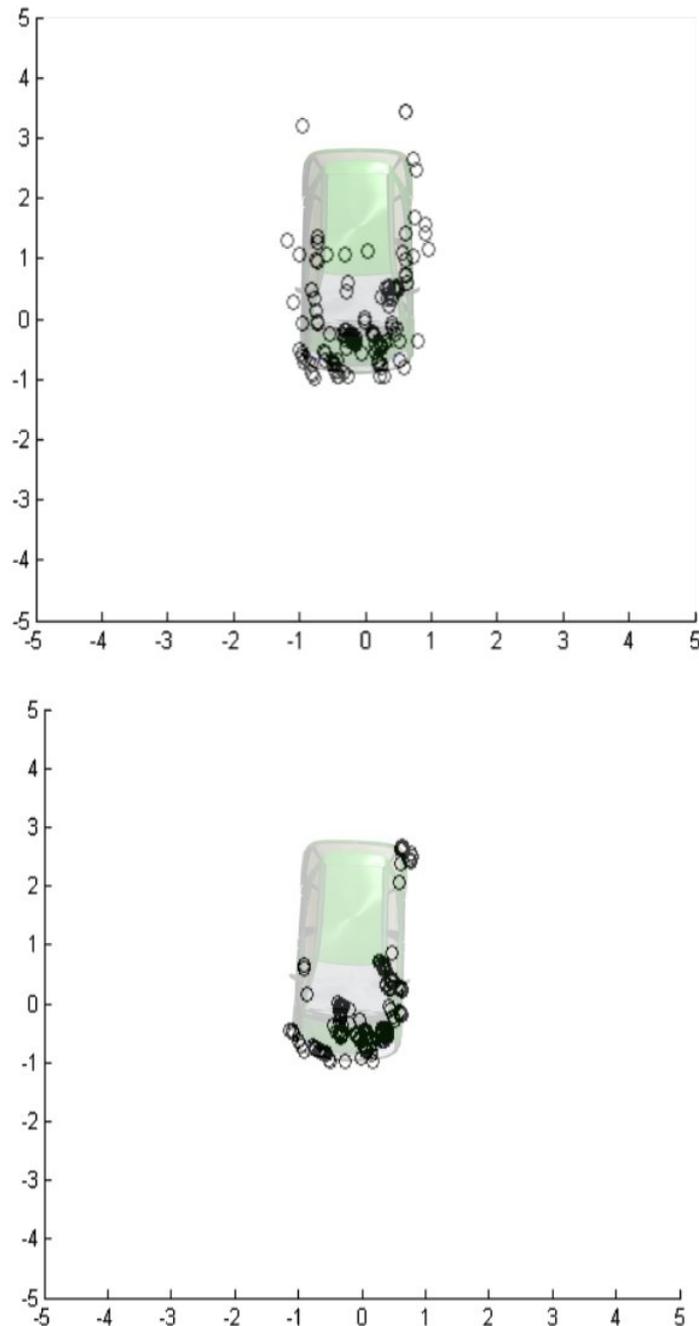


Abbildung 4.2.13.: Trajektorien-schätzung für die in Abbildung 4.2.12 dargestellte Szene eines entgegenkommenden Fremdfahrzeugs



**Abbildung 4.2.14.:** Rekonstruierte Punktwolke aus Sicht von oben, bei einer Fremdfahrzeugentfernung von etwa 50 Metern in der oberen Abbildung und bei etwa 30 Metern in der unteren Abbildung

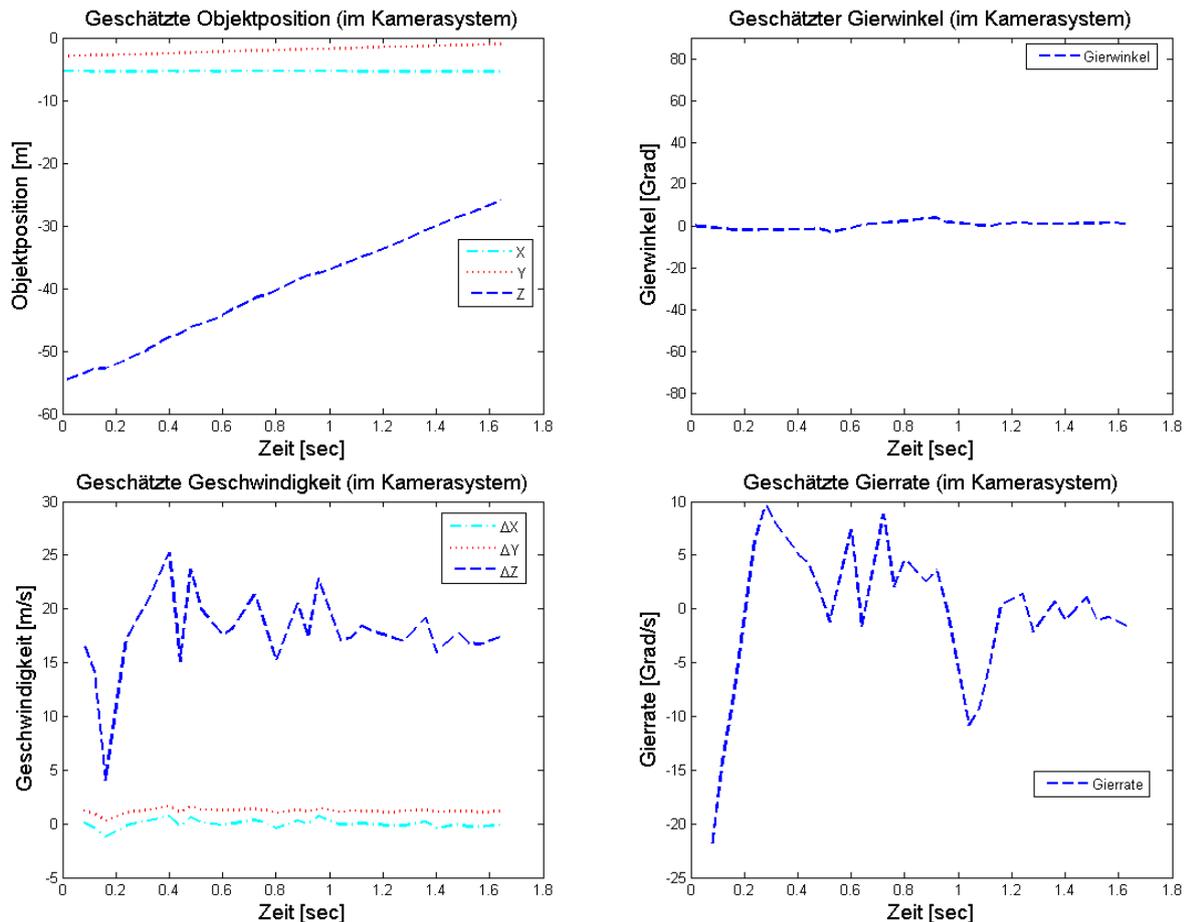
#### 4.2.2. Auswirkungen von Ausreißerdetektion und robustheitssteigernden Verfahren

Wenden wir die in den Abschnitten 3.4.2.1 und 3.4.3.2 beschriebenen Techniken zur Ausreißerdetektion zusammen mit dem Levenberg-Marquardt-Verfahren an, erhalten wir die in 4.2.15 abgebildeten Schätzungen. Die Schwankungen sind, wenn auch deutlich verringert, weiterhin vorhanden. Aus diesem Grund werden wir in Abschnitt 4.2.3 beschreiben, wie wir zusätzliche Glattheit der Parameter fordern können.

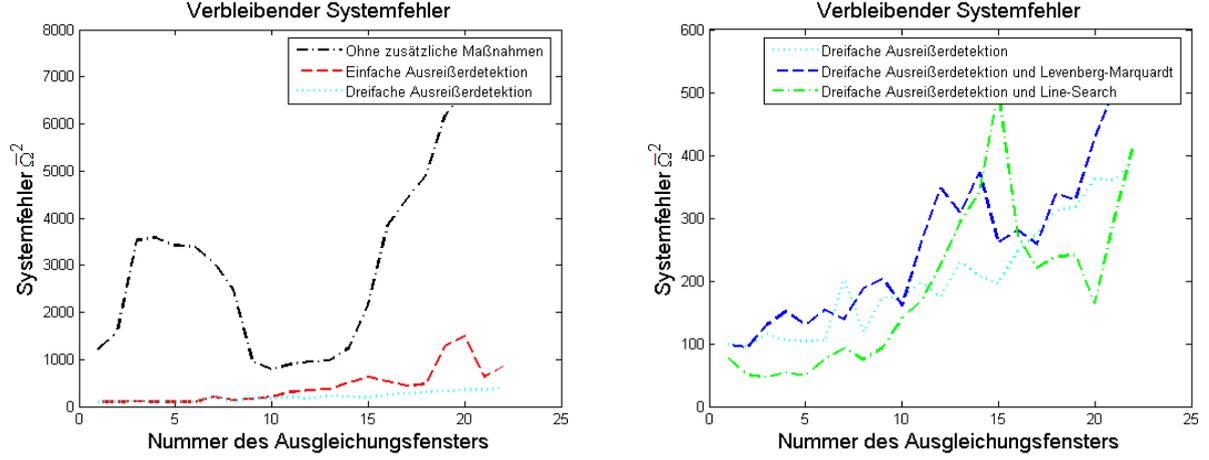
Zunächst betrachten wir jedoch die Auswirkungen der Ausreißerdetektion und der in Abschnitt 2.2 beschriebenen Verfahren auf den Systemfehler  $\bar{\Omega}^2$  des nichtlinearen Modells. In Abbildung 4.2.16

sind die verbleibenden nichtlinearen Systemfehler, aus der Parameterschätzung für die in Abbildung 4.2.12 beschriebene Szene, dargestellt. Auf der Y-Achse ist der nichtlineare Systemfehler  $\bar{\Omega}^2$  aufgetragen, auf der X-Achse die Nummer des zugehörigen Zeitfensters. Dabei vergleichen wir im linken Bild die verbleibenden Systemfehler der Parameterschätzung ohne zusätzliche Maßnahmen mit den resultierenden Systemfehlern bei Verwendung der Ausreißerdetektion. Im rechten Bild sind die Systemfehler abgebildet, welche sich bei zusätzlicher Verwendung der Levenberg-Marquardt-Methode und der Line-Search-Methode ergeben. Wir sehen, dass die Anwendung der Ausreißerdetektion den Systemfehler deutlich verringert. Die Levenberg-Marquardt- und die Line-Search-Methode führen jedoch zu keinen auffälligen Verbesserungen.

Allgemein konnten wir bei den durchgeführten Experimenten keine deutlichen Vorteile durch die Anwendung der in Abschnitt 2.2 vorgestellten Verfahren beobachten. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass diese in einzelnen, ansonsten kritischen Fällen die Konvergenz des Verfahrens sicherstellen. Aufgrund der zusätzlichen Kosten bezüglich der Laufzeit, ist die Verwendung dieser Verfahren anwendungsabhängig zu wählen.



**Abbildung 4.2.15.:** Trajektorienschätzung für die in Abbildung 4.2.12 dargestellte Szene, unter Verwendung der Levenberg-Marquardt-Methode. Für die Schätzung wurde zusätzlich die in Abschnitt 3.4.2.1 vorgestellte heuristische Ausreißerdetektion mit einem Schwellwert von  $S_0 = 5$  Meter und das in Abschnitt 3.4.3.2 beschriebene statistische Verfahren, mit einer maximalen Iterationszahl von 3 und einer 2-Sigma-Schwelle, angewendet.



**Abbildung 4.2.16.:** Auswirkungen der Optimierungsverfahren auf den nichtlinearen Systemfehler  $\bar{\Omega}^2$ , bei Verwendung der statistischen Ausreißerdetektion mit unterschiedlicher Iterationsanzahl in der linken Grafik und unter Verwendung der Levenberg-Marquardt- und der Line-Search-Methode in der rechten Grafik

### 4.2.3. Glättung des Ergebnisses

Aufgrund der verwendeten Bildfrequenz von etwa 25 Bildern pro Sekunde ist es sinnvoll anzunehmen, dass die tatsächliche Bewegungstrajektorie des Fremdfahrzeugs bezüglich dieser Abtastrate glatt ist. Wir zeigen nun, wie die Bedingung glatter Translationen, entsprechend der in Abschnitt 3.6 vorgestellten Vorgehensweise, in den Ausgleichungsprozess integriert werden kann. Dazu beschreiben wir zunächst, wie wir Glattheit zwischen den Translationsparametern innerhalb der einzelnen Zeitfenster fordern können. In Abschnitt 4.2.3.2 zeigen wir dann, wie Glattheit zwischen den Ergebnissen sukzessiver Zeitfenster erreicht werden kann.

Wegen der durch den nichtlinearen Zusammenhang von Rotationsmatrix und Rotationsparametern gegebenen Komplexität, ist die Glättung der geschätzten Rotationsparameter ein bislang ungelöstes Problem.

#### 4.2.3.1. Glättung innerhalb der Ausgleichungsfenster

Um Glattheit in den geschätzten Parametern der Translation zu erlangen, fordern wir, dass die Geschwindigkeit des Fremdfahrzeugs innerhalb des Zeitfensters konstant ist. Daher folgt für die geschätzte Beschleunigung  $\hat{\mathbf{a}}_t^{(\nu+1)}$  zu jeder Iteration  $\nu$  die Bedingung:

$$\hat{\mathbf{a}}_t^{(\nu+1)} := \frac{\hat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu+1)} - \hat{\mathbf{T}}_t^{(\nu+1)}}{\Delta t^+} - \frac{\hat{\mathbf{T}}_t^{(\nu+1)} - \hat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu+1)}}{\Delta t^-} = \mathbf{0}, \forall t \in \check{\mathcal{M}}_{t_{neu}} \quad (4.2.1)$$

Hierbei stellt  $\check{\mathcal{M}}_{t_{neu}}$  die Menge aller Zeitpunkte des aktuellen Zeitfensters  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  mit Ausnahme des ersten und letzten Zeitpunktes dar. Die Werte  $\Delta t^-$  bzw.  $\Delta t^+$  beschreiben die zeitliche Differenz zwischen den Zeitpunkten  $t-1$  und  $t$  bzw.  $t$  und  $t+1$ .

Durch Einsetzen von Gleichung (3.1.33) und der in Abschnitt 3.1.3 verwendeten Approximation  $R(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}) \approx I_3 + S(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)})$  folgt:

$$\hat{\mathbf{a}}_t^{(\nu+1)} \approx \frac{\left( I_3 + S(\widehat{\Delta r}_{t+1}^{(\nu)}) \right) \hat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} + \widehat{\Delta \mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} - \left( \left( I_3 + S(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}) \right) \hat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} + \widehat{\Delta \mathbf{T}}_t^{(\nu)} \right)}{\Delta t^+} \quad (4.2.2)$$

$$- \frac{\left( I_3 + S(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}) \right) \hat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} + \widehat{\Delta \mathbf{T}}_t^{(\nu)} - \left( \left( I_3 + S(\widehat{\Delta r}_{t-1}^{(\nu)}) \right) \hat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)} + \widehat{\Delta \mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)} \right)}{\Delta t^-} = \mathbf{0} \quad (4.2.3)$$

Durch Ausmultiplizieren und Verwendung der Identität  $S(\mathbf{a})\mathbf{b} = -S(\mathbf{b})\mathbf{a}$  erhalten wir:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu+1)} &\approx \frac{\widehat{\Delta\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} - \widehat{\Delta\mathbf{T}}_t^{(\nu)}}{\Delta t^+} - \frac{\widehat{\Delta\mathbf{T}}_t^{(\nu)} - \widehat{\Delta\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)}}{\Delta t^-} \\ &- \left( \frac{S(\widehat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)})\widehat{\Delta r}_{t+1}^{(\nu)} - S(\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)})\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}}{\Delta t^+} - \frac{S(\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)})\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)} - S(\widehat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)})\widehat{\Delta r}_{t-1}^{(\nu)}}{\Delta t^-} \right) \\ &+ \frac{\widehat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} - \widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)}}{\Delta t^+} - \frac{\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} - \widehat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)}}{\Delta t^-} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

Wir können dies als lineare Bedingung an die zu schätzende Verbesserung der Orientierungsparameter schreiben

$$\begin{bmatrix} {}^1\mathbf{g}_t^{(\nu)} & {}^2\mathbf{g}_t^{(\nu)} & {}^3\mathbf{g}_t^{(\nu)} & {}^4\mathbf{g}_t^{(\nu)} & {}^5\mathbf{g}_t^{(\nu)} & {}^6\mathbf{g}_t^{(\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\Delta r}_{t-1}^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta r}_t^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta r}_{t+1}^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta\mathbf{T}}_t^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} \end{bmatrix} = - \left( \frac{\widehat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)} - \widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)}}{\Delta t^+} - \frac{\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} - \widehat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)}}{\Delta t^-} \right) \quad (4.2.5)$$

mit den Teilmatrizen:

$${}^1\mathbf{g}_t^{(\nu)} = -\frac{1}{\Delta t^-} S(\widehat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)}) \quad (4.2.6)$$

$${}^2\mathbf{g}_t^{(\nu)} = \frac{1}{\Delta t^+} S(\widehat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)}) + \frac{1}{\Delta t^-} S(\widehat{\mathbf{T}}_{t-1}^{(\nu)}) \quad (4.2.7)$$

$${}^3\mathbf{g}_t^{(\nu)} = -\frac{1}{\Delta t^+} S(\widehat{\mathbf{T}}_{t+1}^{(\nu)}) \quad (4.2.8)$$

$${}^4\mathbf{g}_t^{(\nu)} = \frac{1}{\Delta t^-} I_3 \quad (4.2.9)$$

$${}^5\mathbf{g}_t^{(\nu)} = -\left( \frac{1}{\Delta t^+} + \frac{1}{\Delta t^-} \right) I_3 \quad (4.2.10)$$

$${}^6\mathbf{g}_t^{(\nu)} = \frac{1}{\Delta t^+} I_3 \quad (4.2.11)$$

Wir fügen diesen linearen Zusammenhang in das lineare Modell 3.1.27 ein, indem wir die Designmatrix  $\mathbf{A}^{(\nu)}$  für jeden Zeitpunkt  $t \in \check{\mathcal{M}}_{t_{neu}}$  um drei Zeilen erweitern. In jede dieser neuen Zeilengruppen fügen wir die Matrizen  ${}^1\mathbf{g}_t^{(\nu)}$  bis  ${}^6\mathbf{g}_t^{(\nu)}$  an den die betreffenden Parameter entsprechenden Stellen ein. Die rechte Seite der Gleichung (4.2.5) enthält nur aktuelle Näherungswerte der Iteration  $\nu$ . Die rechte Seite können wir daher vorab berechnen. Den resultierenden Ergebnisvektor führen wir analog zu den Matrizen als Pseudobeobachtungen in den Beobachtungsvektor  $\mathbf{l}^{(\nu)}$  ein.

Des Weiteren ist es notwendig, Genauigkeiten für diese Pseudobeobachtungen anzugeben. Dabei wollen wir eine zu starke Glättung und eine Unterdrückung tatsächlicher Beschleunigungen verhindern. Daher wählen wir diese Genauigkeiten adaptiv zu den innerhalb des Zeitfensters, auf Basis der aktuellen Näherungen  $\mathbf{T}_t^{(\nu)}$ , beobachteten Beschleunigungen  $\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)} = [x\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}, y\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}, z\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}]^\top$ . Auf Basis dieser Beschleunigungen berechnen wir die Matrix der nichtzentrierten gemeinsamen zweiten Momente der Beschleunigungskomponenten  $x\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}$ ,  $y\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}$  und  $z\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)}$ :

$$C_{aa}^{(\nu)} := \sum_{t \in \check{\mathcal{M}}_{t_{neu}}} \frac{\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)} (\widehat{\mathbf{a}}_t^{(\nu)})^\top}{|\check{\mathcal{M}}_{t_{neu}}|} \quad (4.2.12)$$

Die  $(3 \times 3)$ -Matrix  $C_{aa}^{(\nu)}$  besteht also aus den Varianzen und Kovarianzen der Beschleunigungskomponenten, bezogen auf den Mittelwert 0. Wir fügen  $C_{aa}^{(\nu)}$  als Kovarianzmatrix für jede der erstellten Pseudobeobachtungen in das in Abschnitt 3.1.5 erstellte stochastische Modell ein und gewichten die Pseudobeobachtungen in der Parameterschätzung daher mit  $(C_{aa}^{(\nu)})^{-1}$ . Die Stärke der Glättung ist also umgekehrt proportional zu den innerhalb des Zeitfensters, auf Basis der aktuellen Näherungen  $\mathbf{T}_t^{(\nu)}$ , beobachteten Beschleunigungen. Wird eine starke Beschleunigung beobachtet, so wird die Glättungsstärke reduziert. Beschleunigungen des Fahrzeuges bleiben daher weiterhin messbar. Eine manuelle Manipulation der Glättungsstärke ist durch Skalierung der Kovarianzmatrix mit  $\frac{1}{\gamma}$  möglich. Es wird dann um so stärker geglättet, je höher der Glättungsfaktor  $\gamma$  ist.

Wir erlangen durch diese Vorgehensweise Glattheit in den innerhalb eines Zeitfensters geschätzten Translationsparametern. Bei der Verwendung eines gleitenden Zeitfensters wird die rekonstruierte Trajektorie durch die Menge der geschätzten Parameter zu den jeweils letzten Zeitpunkten der konsekutiven Zeitfenster dargestellt, wie in Abschnitt 3.8.1 beschrieben. Wir benötigen daher Glattheit zwischen den Ergebnissen dieser jeweils letzten Zeitpunkte. Bei Propagation der Ergebnisse über die Näherungswerte, induziert die Glattheit innerhalb der Zeitfenster eine Glattheit zwischen den Ergebnissen konsekutiver Zeitfenster und damit in der rekonstruierten Trajektorie. Diese Methode der Ergebnispropagation haben wir in Abschnitt 3.7.1.2 erläutert.

Abbildung 4.2.17 zeigt die Auswirkungen der Glattheitsbedingung auf die Schätzung der Translationsparameter. Zugrunde liegt wiederum die in Abbildung 4.2.12 beschriebene Szene. Wir beobachten eine deutliche Glättung in den geschätzten Translationsparametern und in den geschätzten Geschwindigkeiten, im Vergleich zu den in Abbildung 4.2.15 aufgetragenen Ergebnissen.

Im nächsten Abschnitt werden wir zeigen, wie wir explizit Glattheit zwischen den Ergebnissen konsekutiver Zeitfenster fordern können.

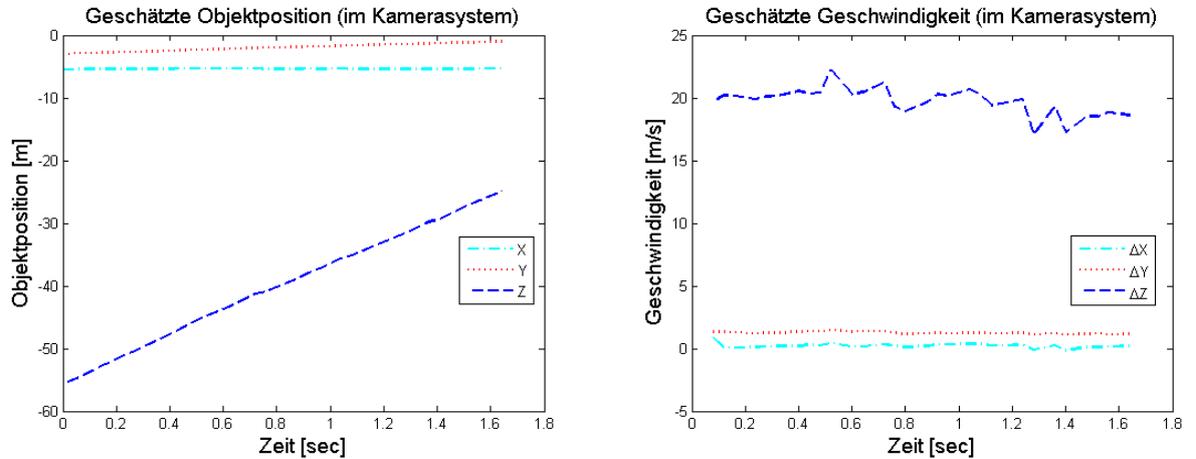


Abbildung 4.2.17.: Auswirkung der Glättung innerhalb des Ausgleichsfensters auf die geschätzten Translationsparameter

#### 4.2.3.2. Glättung zwischen den Ausgleichsfenstern

Um Glattheit zwischen den Ergebnissen konsekutiver Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu-1}}$  und  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  explizit zu fordern, verknüpfen wir die ersten  $j$  Zeitpunkte des Zeitfensters  $\mathcal{M}_{t_{neu}}$  mit den entsprechenden Zeitpunkten von  $\mathcal{M}_{t_{neu-1}}$ . Diese Verknüpfung erhalten wir in jeder Iteration  $\nu$  durch die Bedingung:

$$\hat{\mathbf{T}}_t^{(\nu+1)} - {}^o\hat{\mathbf{T}}_t = 0, \forall t \in \varphi_{t_{neu}} \quad (4.2.13)$$

Die Menge  $\varphi_{t_{neu}}$  enthält die verknüpften Zeitpunkte. Die Vektoren  ${}^o\hat{\mathbf{T}}_t$  sind die im Zeitfenster  $\mathcal{M}_{t_{neu-1}}$  geschätzten Translationsparameter.

Wir verwenden wiederum Gleichung (3.1.33) und die Approximation  $R(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}) \approx I_3 + S(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)})$  und erhalten:

$$\left( I_3 + S(\widehat{\Delta r}_t^{(\nu)}) \right) \widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} + \widehat{\Delta \mathbf{T}}_t^{(\nu)} - {}^o\widehat{\mathbf{T}}_t = 0 \quad (4.2.14)$$

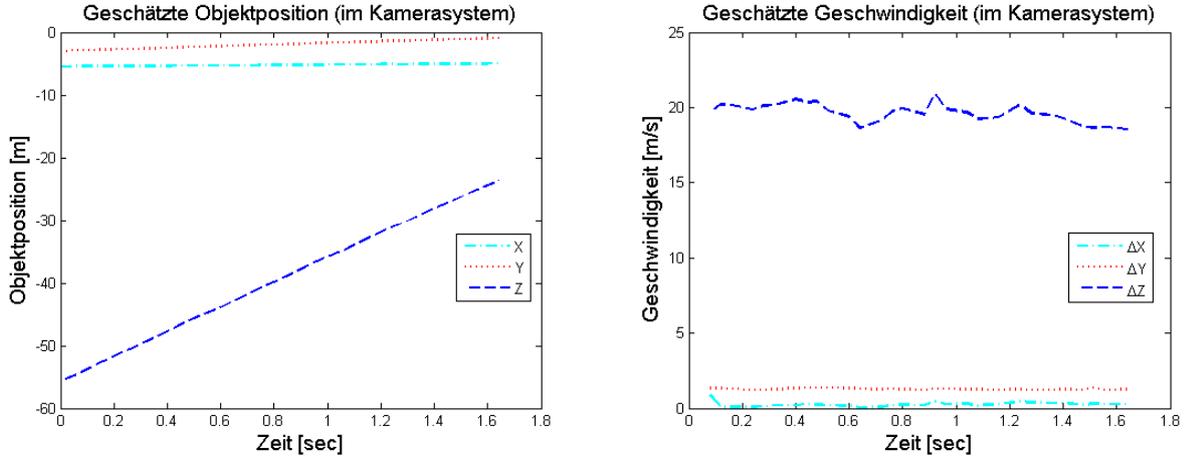
Analog zu den Gleichungen (4.2.4) und (4.2.5) folgt daraus:

$$\begin{bmatrix} -S(\widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)}) & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\Delta r}_t^{(\nu)} \\ \widehat{\Delta \mathbf{T}}_t^{(\nu)} \end{bmatrix} = {}^o\widehat{\mathbf{T}}_t - \widehat{\mathbf{T}}_t^{(\nu)} \quad (4.2.15)$$

Diesen linearen Zusammenhang führen wir als feste Bedingung für jeden Zeitpunkt  $t \in \varphi_{t_{neu}}$  als neue Spaltengruppe in die Bedingungsmatrix  $H$  ein. Die rechte Seite der Gleichung (4.2.15) bildet die entsprechenden Einträge des Bedingungsvektors  $\mathbf{c}_h$ .

Die Verknüpfung der ersten  $j$  Zeitpunkte des Zeitfenster induziert eine Ähnlichkeit in den geschätzten Translationsparametern der übrigen gemeinsamen Zeitpunkte und damit auch eine Ähnlichkeit der Translationsschätzungen  ${}^o\widehat{\mathbf{T}}_{t_{neu}-1}$  und  $\widehat{\mathbf{T}}_{t_{neu}}$ . Dabei werden keine direkten Bedingungen an die Parameter der Zeitpunkte  $t \notin \varphi_{t_{neu}}$  gestellt.

Die Auswirkungen der gemeinsamen Anwendung beider Glättungsmethoden können in Abbildung 4.2.18 beobachtet werden. Die Schätzung basiert wiederum auf der in Abbildung 4.2.12 dargestellten Szene.



**Abbildung 4.2.18.:** Auswirkung der gemeinsamen Anwendung beider Glättungsmethoden auf die geschätzten Translationsparameter

#### 4.2.4. Weitere Ergebnisse von Experimenten auf realen Stereobildfolgen

Abschließend werden wir an dieser Stelle die Resultate eines weiteren Experimentes auf realen Bildfolgen zeigen. Der Szenenaufbau ist in Abbildung 4.2.19 veranschaulicht. Die Bildfolge beschreibt einen kurzen Ausschnitt aus der Abbiegebewegung eines beobachteten Fremdfahrzeugs. Die Länge der Bildfolge beträgt 30 Bilder, bei einer Bildrate von durchschnittlich 25 Bildern pro Sekunde. Das beobachtete Fahrzeug beschreibt in dieser Zeit etwa eine Kurvenbewegung von 30 Grad. Die Trajektorien-schätzung wurde auf Basis weniger und kurzlebiger Tracks ausgeführt, so dass in der geschätzten Geschwindigkeit und Gierrate, trotz Glättung, noch eine deutliche Rauigkeit zu erkennen ist.

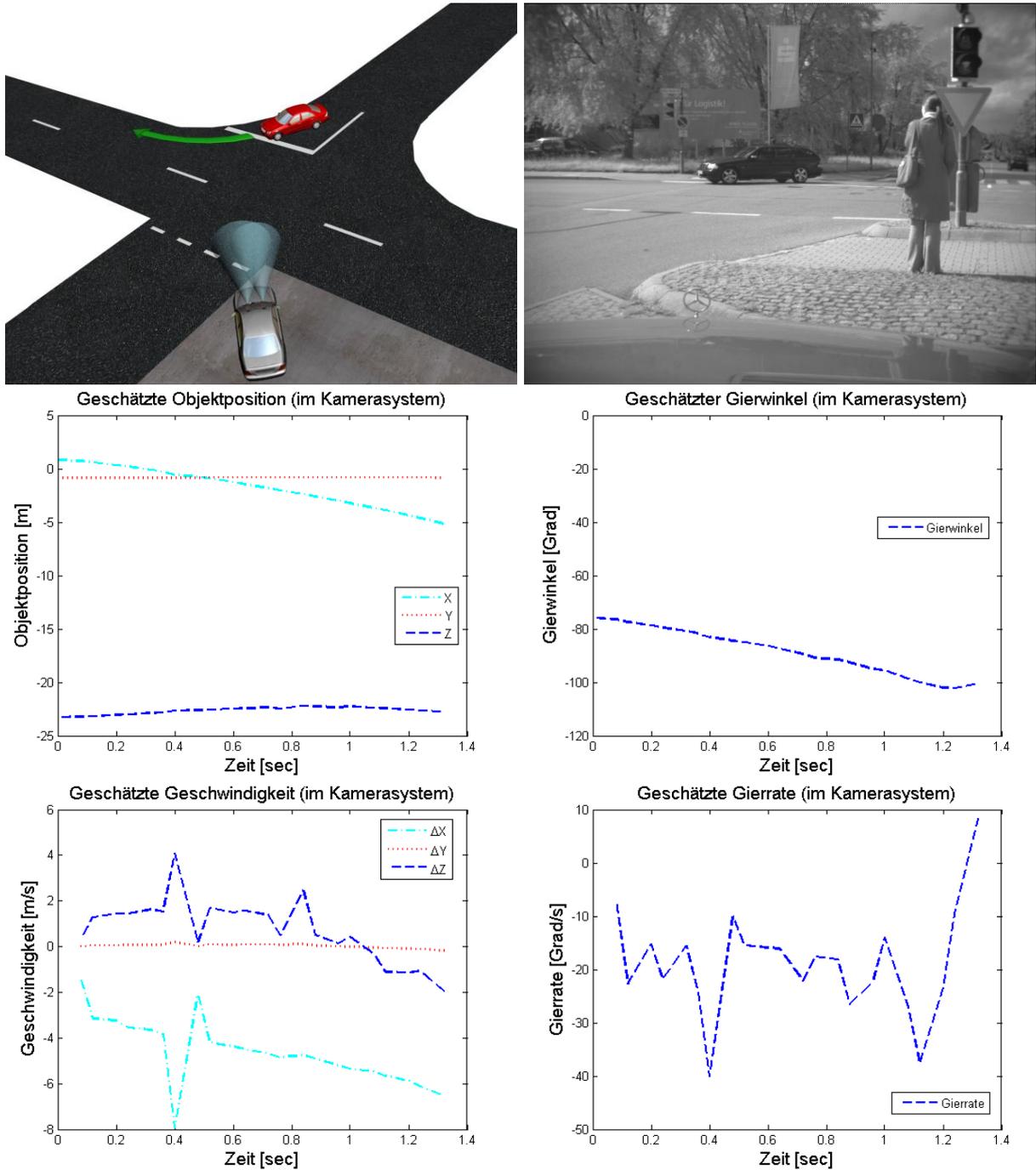


Abbildung 4.2.19.: Trajektorienschätzung für ein abbiegendes Fremdfahrzeug



## 5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit haben wir ein Verfahren zur Bestimmung der räumlichen Trajektorie bewegter Objekte aus kalibrierten Stereobildfolgen entwickelt. Als Basis dienen vorsegmentierte Bildpunkte mit bekannter stereoskopischer und temporaler Zuordnung. Das Verfahren basiert auf einem Ausgleichungsmodell, mit dessen Hilfe es die Trajektorienparameter, unter Berücksichtigung der Bildgenauigkeiten, schätzt. Die zugrundeliegenden Beobachtungen für den Ausgleichungsprozess sind durch Objektpunkte gegeben, welche wir aus den Bildpunkten per Vorwärtsschnitt bestimmen. Die Schätzung erfolgt entsprechend dem Gauß-Newton-Verfahren iterativ, unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode. Dabei nehmen wir an, dass die Beobachtungen Gauß-verteilt sind.

Das Verfahren liefert zusätzlich zu der geschätzten Bewegungstrajektorie die rekonstruierten Objektpunkte und damit eine Schätzung über die Form der beobachteten Objektoberfläche.

Zum Zwecke der Robustheitssteigerung haben wir Methoden zur Detektion von Ausreißern in den Eingabedaten vorgestellt und bewertet. Dabei haben wir die Methoden in zwei verschiedene Gruppen aufgeteilt. Die erste Gruppe enthält Verfahren, die vor Beginn des Ausgleichungsprozesses markant fehlerhafte Eingabedaten aussortieren. Die Methoden der zweiten Gruppe erkennen Ausreißer aus dem Ergebnis der Ausgleichung anhand einer Teststatistik. Eine in dieser Arbeit nicht vorgestellte Möglichkeit, wäre die Verwendung der Teststatistik zur Regewichtung der Eingabedaten in der nächsten Iteration. Diese Vorgehensweise müsste jedoch zunächst auf ihre Eignung überprüft werden.

Experimentelle Untersuchungen auf synthetischen generierten Bildfolgen zeigen einen systematischen Fehler in der geschätzten Objektentfernung. Wir haben die Entstehung dieses Fehlers motiviert und Lösungsmethoden hergeleitet.

Der Anwendungsfokus liegt in dieser Arbeit auf der Rekonstruktion der Bewegungstrajektorie von Fremdfahrzeugen in Verkehrsszenen, zum Zwecke der Kollisionsvermeidung. Experimente auf realen Bildfolgen zeigen die Fähigkeit des Verfahrens, die Bewegungstrajektorie eines beobachteten Fahrzeuges robust zu rekonstruieren. Die Genauigkeit der Rekonstruktion ist von der Anzahl und Genauigkeit der Eingabedaten sowie der Anzahl der in die Ausgleichung eingehenden Aufnahmezeitpunkte abhängig.

Aus diesem Grund wäre eine Rückkopplung der rekonstruierten Objektpunkte in die Bildsegmentierung und das Trackingverfahren sinnvoll, um die Genauigkeit der Eingabedaten zu erhöhen. Eine weitere Verbesserung der Genauigkeit könnte die situationsabhängige Auswahl der Zeitfenster und Tracks bewirken, wie in den Abschnitten 3.2.2 und 3.3 beschrieben. Darüber hinaus wäre es von Vorteil, weiteres Vorwissen in das Verfahren zu integrieren. Die Annahmen über die Glattheit der Bewegung und die Eindimensionalität der Rotation könnten durch ein komplexeres physikalisches Bewegungsmodell ersetzt werden. Auch wäre es sinnvoll, Verfahren zur Bestimmung von Nick- und Wankbewegungen des Eigenfahrzeuges einzubinden, um diese von den Bewegungen des Fremdfahrzeuges unterscheiden zu können.

Um sichere Aussagen über die Eignung des Verfahrens für die Anwendung der Trajektorien-schätzung von Fremdfahrzeugen in Echtzeit zu treffen, müsste zunächst eine genaue Laufzeitanalyse durchgeführt werden. Diese Analyse sollte auf einer Implementierung des Verfahrens in C++, beispielsweise unter der Verwendung der Matrixbibliothek NEWMAT von [Davies [2006]], basieren und die Echtzeitfähigkeit der einzelnen Komponenten untersuchen.

Die Eignung des Verfahrens zur Initialisierung und Reinitialisierung von entsprechenden Kalman-Filter-Ansätzen ist aber durchaus gegeben. Der Kalman-Filter verwendet ein Systemmodell, um den aktuellen Systemzustand aus dem vorangegangenen Zustand zu präzisieren. Bei schlechter Initialisierung benötigt er eine gewisse Einschwingzeit, bevor er aussagekräftige Ergebnisse liefern kann.

Das vorgestellte Verfahren benötigt keine Einschwingzeit. Es nutzt kein derartiges Systemmodell und kann von einem solchen daher weder Nachteile ziehen noch profitieren. Um die Vorteile beider Verfahren zu nutzen, wäre es vorstellbar, sie parallel auf unterschiedlichen Prozessorkernen zu berechnen, wobei die Ergebnisse des in dieser Arbeit vorgestellten Verfahrens als Stützpunkte für das Kalman-Filter-Verfahren fungieren.

Das hergeleitete Verfahren zur Trajektorienrekonstruktion ist nicht auf den hier gezeigten Einsatz beschränkt, sondern kann auch in anderen Anwendungsgebieten Verwendung finden.

# A. Notation

In diesem Abschnitt geben wir einen kurzen Überblick über die in der vorliegenden Arbeit verwendete Notation. Zu diesem Zweck ist in Tabelle A.0.1 die zugrundeliegende mathematische Schreibweise aufgetragen. Tabelle A.0.2 enthält einige weitere, verfahrensspezifische Notationen, die in dieser Arbeit häufig verwendet werden.

$X$	Skalar
$\mathbf{X}$	Vektor
$X$	Matrix
$\mathbf{X}$	homogener Vektor
$X$	homogene Matrix
$X^T$	Transponierte der Matrix $X$
$X^{-T}$	inverse Transponierte der Matrix $X$
$[X]_{ij}$	bezeichnet den Eintrag der Matrix $X$ in Zeile $i$ und Spalte $j$
$\hat{X}$	bester Schätzer für die unbekannte Größe $X$
$S(\mathbf{X})$	schiefsymmetrische Matrix zum $3 \times 1$ -Vektor $\mathbf{X}$
$R(\mathbf{r})$	Rotationsmatrix zu den Rodriguezparametern $\mathbf{r} = [r_1, r_2, r_3]^T$
$C_{XX}$	Kovarianzmatrix des unsicheren Vektors $\mathbf{X}$

**Tabelle A.0.1.:** Grundlegende Notation

$t_{neu}$	aktuell betrachteter Zeitpunkt
$\mathcal{M}_t$	Zeitfenster der Ausgleichung zum Zeitpunkt $t$
$\mathcal{I}_t$	Menge der Tracks, die in die Ausgleichung zum Zeitpunkt $t$ eingehen
$\Theta_{it}$	Menge der gemeinsamen Zeitpunkte von Track $i$ und Zeitfenster $\mathcal{M}_t$

**Tabelle A.0.2.:** Häufig verwendete, verfahrensspezifische Schreibweisen, eine genauere Definition geben die Abschnitte 3.2 und 3.3



## B. Kameramodell

Das in dieser Arbeit verwendete Kameramodell basiert auf dem in [McGlone *et al.*, 2004, Abschnitt 3.2.1] vorgestellten mathematischen Modell. Die Abbildung eines Objektpunktes  $\mathbf{X}$  auf den Bildpunkt  $\mathbf{x}'$  wird durch die Projektionsmatrix  $\mathbf{P}$  beschrieben:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad (\text{B.0.1})$$

Die Projektionsmatrix

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{I}_3|\mathbf{0}] \mathbf{C}M_{\mathbf{W}} \quad (\text{B.0.2})$$

enthält die äußere und innere Orientierung der Kamera.

Die äußere Orientierung

$$\mathbf{C}M_{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}R_{\mathbf{W}} & -\mathbf{C}R_{\mathbf{W}}\mathbf{X}_{\bar{O}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.3})$$

beschreibt die Transformation vom Weltsystem ins Kamerasystem. Der Vektor  $\mathbf{X}_{\bar{O}}$  gibt die Position des Projektionszentrums  $\bar{O}$  im Weltsystem an. Die Ausrichtung der Kamera ist durch die Rotationsmatrix  $\mathbf{C}R_{\mathbf{W}}$  gegeben. Die Achsen  $\mathbf{C}X$  und  $\mathbf{C}Y$  des Kamerasystems sind entsprechend der Bildebene orientiert. Die Y-Achse zeigt aus Sicht der Kamera nach oben, die X-Achse nach rechts. Die Achse  $\mathbf{C}Z$  zeigt in die Kamera hinein. Diese Orientierung wird in Abbildung B.1(c) verdeutlicht.

Die innere Orientierung, gegeben durch die Kalibriermatrix

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & s & x'_H \\ 0 & 1+m & y'_H \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.0.4})$$

beschreibt den Zusammenhang von Kamera- und Bildsystem. Die zweite Teilmatrix enthält die Kamerakonstante  $c$  und beschreibt die eigentliche Projektion des Punktes  $\mathbf{X}$  auf die Bildebene. Den daraus resultierenden Bildpunkt, angegeben in Koordinaten des Kamerasystems, bezeichnen wir mit  $\mathbf{C}\mathbf{x}' = [\mathbf{C}x', \mathbf{C}y']^T$ . Dieser Projektionsvorgang ist in Abbildung B.1(a) visualisiert. Die erste Teilmatrix aus Gleichung (B.0.4) beschreibt den Zusammenhang der Bildebene im Kamerasystem mit dem zweidimensionalen Bildsystem. Der Hauptpunkt  $[x'_H, y'_H]^T$  repräsentiert die Translation zwischen dem in die Bildebene projizierten Ursprung des Kamerasystems und dem Ursprung des Bildsystems. Die Größe  $s$  beschreibt eine eventuelle Scherung zwischen den Achsen des Bildsystems, verglichen mit den Achsen des Kamerasystems. Unterschiede in den Achsenskalierungen werden durch  $m$  angegeben. Der Zusammenhang von Bild- und Kamerasystem ist in Abbildung B.1(b) dargestellt.

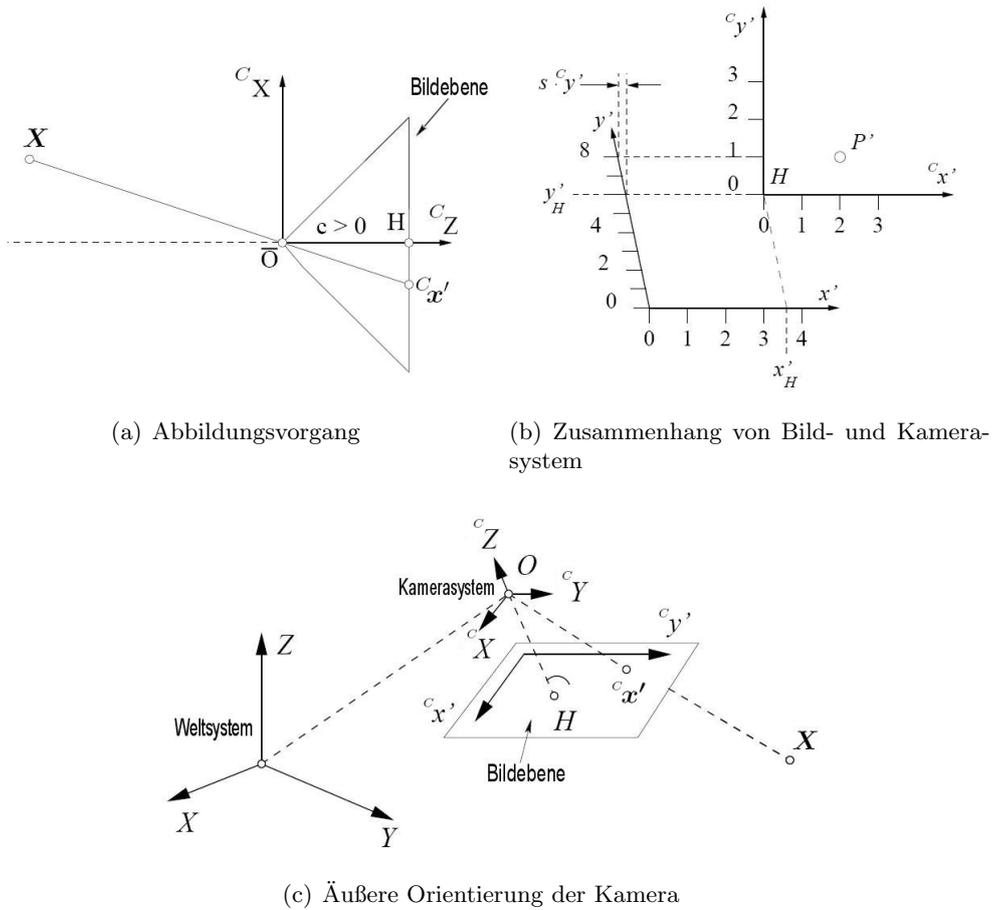


Abbildung B.0.1.: Koordinatensysteme des verwendeten Kameramodells [Quelle:[McGlone *et al.*, 2004]]

## C. Matrizenstruktur

In diesem Abschnitt wollen wir näher auf die Strukturen der am Ausgleichsprozess beteiligten Matrizen eingehen. Zu diesem Zweck visualisieren wir diese Strukturen in den Abbildungen C.0.1 bis C.0.4. Dargestellt sind jeweils zwei Beispiele für die Matrizen. Die Matrizen auf der linken Seite stammen aus einer Ausgleichung mit 6 beobachteten Punkten über 3 Zeitpunkte, während die Matrizen auf der rechten Seite aus einer Ausgleichung mit durchschnittlich 120 beobachteten Punkten, bei einer Zeitfenstergröße von 10, resultieren. In jeder Matrizenabbildung sind die Elemente, deren Wert ungleich 0 ist, als blaue Punkte markiert. Deren Anzahl ist unterhalb der Matrixabbildung mit  $nz$  angegeben. Auf den Achsen sind die Zeilen- bzw. Spaltennummern aufgetragen. In den Ausgleichungen, aus denen diese Matrizenstrukturen stammen, haben wir sowohl die in Abschnitt 4.2.3 vorgestellten Glättungsmethoden als auch die in Abschnitt 3.6 eingeführte Beschränkung der Rotation verwendet. Die entsprechend dieser Verfahren hinzugekommenen Submatrizen sind in den Abbildungen markiert. Weiterhin haben wir gekennzeichnet, ob die jeweiligen Zeilen oder Spalten die Beobachtungen, die unbekanntes Orientierungsparameter oder die unbekanntes Punktkoordinaten betreffen.

Aus der Betrachtung der Strukturen wird deutlich, dass alle Matrizen dünn besetzt sind. Für die Laufzeit des Parameterschätzverfahrens ist es also sinnvoll, dies bei den Berechnungen zu berücksichtigen. Die aus den Matrizen  $A$ ,  $H$  und  $C$  errechnete Normalgleichungsmatrix  $N$  besitzt eine besondere Struktur. Der linke untere und der rechte obere Block sind annähernd voll besetzt, während der obere linke Block lediglich aus einer Diagonale von  $3 \times 3$ -Submatrizen besteht. Um diese Struktur auszunutzen, ist eine Verwendung der in Abschnitt 3.5 erläuterten Blockzerlegung sinnvoll.

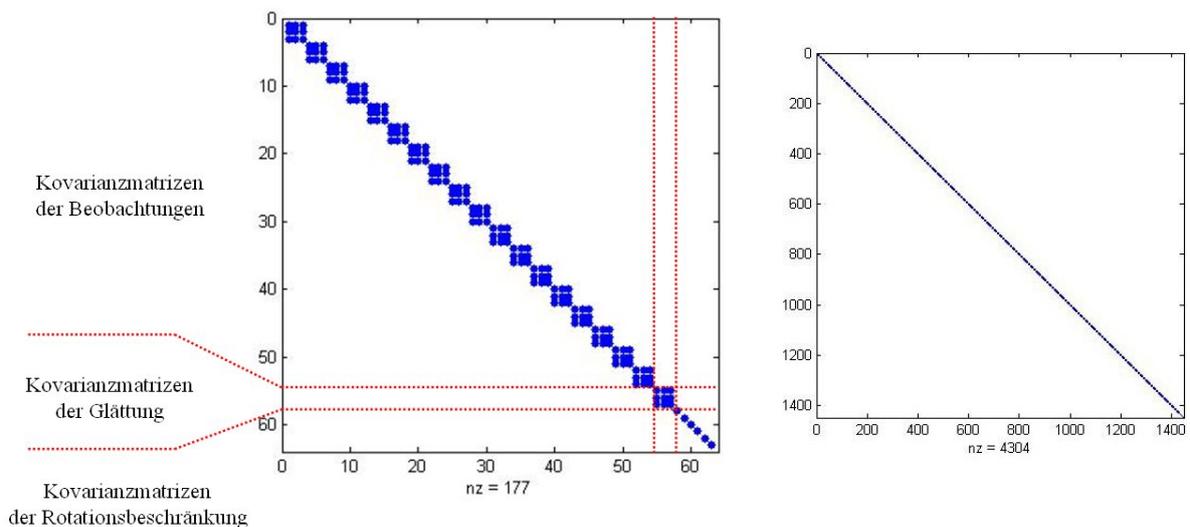


Abbildung C.0.1.: Struktur der Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $C_{ll}$

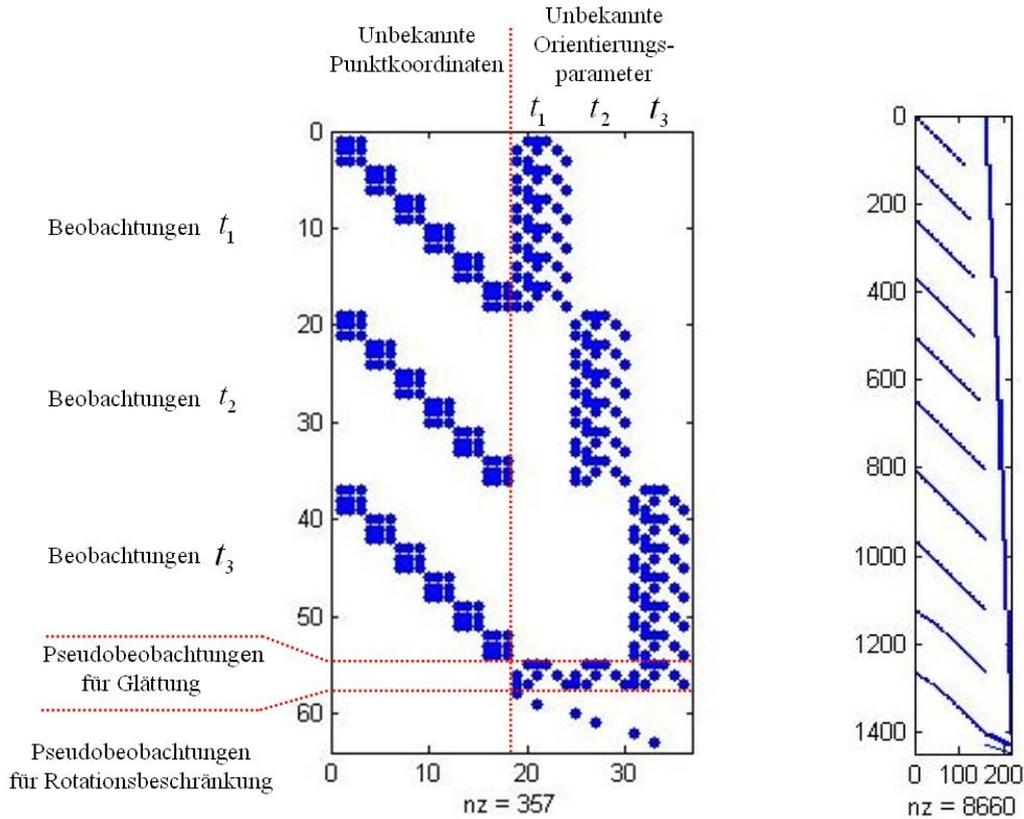


Abbildung C.0.2.: Struktur der Designmatrix  $A$

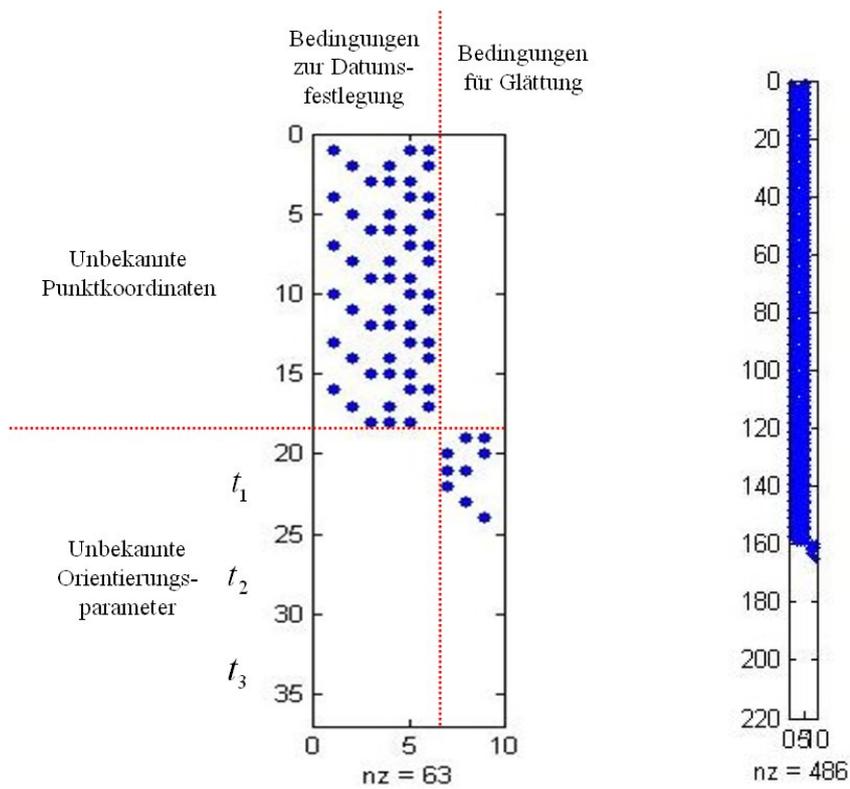


Abbildung C.0.3.: Struktur der Bedingungsmatrix  $H$

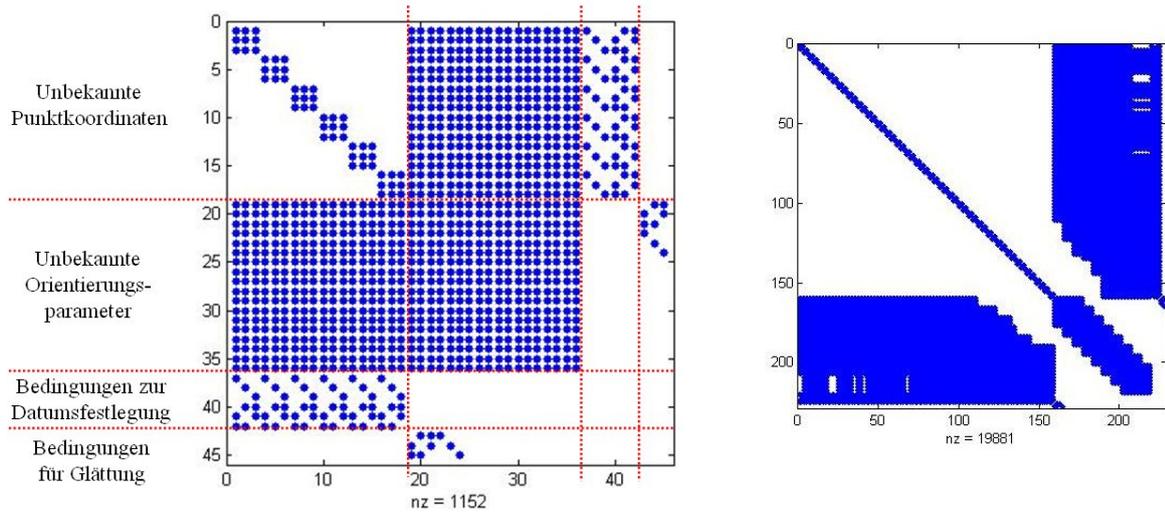


Abbildung C.0.4.: Struktur der Normalgleichungsmatrix  $N$



# Literaturverzeichnis

- ALT, W. 2002. *Nichtlineare Optimierung*. Braunschweig, Germany: Vieweg Verlag.
- BADINO, H. 2004. A Robust Approach for Ego-Motion Estimation Using a Mobile Stereo Platform. *Pages 198–208 of: IWCM*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 3417. Springer.
- BEDER, C., & STEFFEN, R. 2006. Determining an Initial Image Pair for Fixing the Scale of a 3D Reconstruction from an Image Sequence. *Pages 657–666 of: DAGM-Symposium*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 4174. Springer.
- DANG, T., HOFFMANN, C., & STILLER, C. 2002. Fusing optical flow and stereo disparity for object tracking. *Pages 112–117 of: IEEE 5th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Springer.
- DAVIES, R. 2006. *NewMat C++ Matrix Class*. [http://www.robertnz.net/nm\\_intro.htm](http://www.robertnz.net/nm_intro.htm) (Stand: 26.2.2008).
- DELLAERT, F., & THORPE, C. 1997. Robust car tracking using kalman filtering and bayesian templates. *In: Conference on Intelligent Transportation Systems*.
- FÖRSTNER, W. 2005. Uncertainty and Projective Geometry. *Pages 493–534 of: Handbook of Computational Geometry for Pattern Recognition, Computer Vision, Neurocomputing and Robotics*. Springer.
- FRANKE, U., RABE, C., BADINO, H., & GEHRIG, S. K. 2005. 6D-Vision: Fusion of Stereo and Motion for Robust Environment Perception. *Pages 216–223 of: DAGM-Symposium*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 3663. Springer.
- HARTLEY, R., & ZISSERMAN, A. 2003. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2nd edn. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- JOLLIFFE, I. T. 1986. *Principal Component Analysis*. New York, NY, USA: Springer.
- JULIER, S. J. 1997. *Process Models for the Navigation of High-Speed Land Vehicles*. Ph.D. thesis, Wadham College, University of Oxford, Oxford, UK.
- KÖNIGSBERGER, K. 2002. *Analysis 2*. 4th edn. Berlin, Germany: Springer.
- KOCH, K.-R. 1997. *Parameterschätzung und Hypothesentests*. 3rd edn. Bonn, Germany: Ferd. Dümmlers Verlag.
- MCGLONE, C., MIKHAIL, E., & BETHEL, J. (eds). 2004. *Manual of Photogrammetry*. 5th edn. Bethesda, MD, USA: American Society of Photogrammetry and Remote Sensing.
- NIEMEIER, W. 2002. *Ausgleichsrechnung*. Berlin, Germany: de Gruyter Lehrbuch.
- NOCEDAL, J., & WRIGHT, S. J. 2006. *Numerical Optimization*. 2nd edn. New York, NY, USA: Springer.
- PRESS, W. H., FLANNERY, B. P., TEUKOLSKY, S. A., & VETTERLING, W. T. 1988. *Numerical Recipes in C*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

- RABE, C., FRANKE, U., & GEHRIG, S. K. 2007. Fast detection of moving objects in complex scenarios. *Pages 398–403 of: Intelligent Vehicles Symposium, 2007 IEEE*,.
- RITTER, W., STEIN, F., & JANSSEN, R. 1995. Traffic sign recognition using colour information. **22**, 149–161.
- SIMON, D. 2006. *Optimal State Estimation*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- STEFANOVIC, P. 1978. Blunders and Least Squares. *Pages 122–157 of: ITC Journal*, vol. 1.
- THRUN, S., BURGARD, W., & FOX, D. 2005. *Probabilistic Robotics*. Cambridge, MA, USA: MIT Press.
- TOMASI, CARLO, & KANADE, TAKEO. 1991. *Detection and Tracking of Point Features*. Tech. rept. CMU-CS-91-132. Carnegie Mellon University.

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Personen danken, die zum Gelingen meiner Diplomarbeit beigetragen haben.

Zunächst danke ich Professor Wolfgang Förstner für die zahlreichen Gespräche und seine Bereitschaft zu einer Kooperation mit der Daimler AG. Ich möchte ihm dafür danken, dass er sich trotz seines vollen Terminkalenders Zeit für die Beantwortung aufkommender Fragen genommen hat. Des Weiteren gilt mein Dank Professor Daniel Cremers, der sich als Zweitkorrektor für diese Arbeit zur Verfügung gestellt hat und durch seine Vorlesungen mein Interesse im Bereich der Computer Vision geweckt hat.

Ich möchte den Mitgliedern der Arbeitsgruppe von Professor Förstner danken, dass sie mir für fachliche Fragen zur Verfügung standen. Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Richard Steffen, der die Zusammenarbeit mit der Daimler AG arrangiert hat und mir stets mit Rat zur Seite stand.

Mein Dank gilt darüber hinaus der Abteilung GR/EAP der Daimler AG, insbesondere dem Team von Dr. Uwe Franke. Namentlich erwähnen möchte ich hier Heidi Lohse, Alexander Barth, Andreas Wedel, Clemens Rabe, welche mich freundlich in ihren Büroalltag aufgenommen haben und zu fachlichen Diskussionen in der Kaffee-Ecke zur Verfügung standen.

Nicht zuletzt möchte ich nun den Dank ausdrücken, den ich meiner Familie schulde. Ich danke meinen Eltern Detlef und Waltraud Siegemund, welche mir ein Studium ohne finanzielle Sorgen ermöglicht haben, für ihren steten Zuspruch und die generelle Unterstützung. Ganz herzlich möchte ich meiner Mutter für das Korrekturlesen meiner Diplomarbeit danken. Besonders möchte ich auch meinem Bruder Rouven danken, dass er mich in allen Situationen ermutigt und mir den Rücken gestärkt hat.