DK 528.142.063.9:528.353 519.23:528.353

Das Programm TRINA zur Ausgleichung und Gütebeurteilung geodätischer Lagenetze

Von W. FÖRSTNER, Stuttgart

Summary: The article describes a new computerprogram (TRINA) for the trigonometric net adjustment. The program (FORTRAN IV) was written by the author at the Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. It serves for estimating the reliability of horizontal geodetic nets based on the theory of BARDA. The program includes a statistical test ("data-snooping") for the detection of gross errors in observations as well as in given coordinates. It also offers a possibility of estimating the weights of the observations (a posteriori variance estimation). An example illustrates how the program finds out the weak parts of the nets and saves the comparison of the results with the net diagram.

1. Einleitung

In den letzten Jahren sind eine Reihe von Rechenprogrammen zur Ausgleichung trigonometrischer Lagenetze entstanden. Sie ermöglichen die flächenhafte Berechnung der Netze in den niederen Ordnungen und die völlige Ausnutzung der Beobachtungsgenauigkeit. Die rasche Entwicklung der Großrechner führte dazu, daß heute Netze mit mehreren tausend Punkten in einem Guß ausgeglichen werden können.

Mit den unbestreitbaren Vorteilen, etwa einer großzügigen Neutriangulierung, stellten sich aber auch Schwierigkeiten ein: die Bereinigung der großen Datenmengen von groben Fehlern und die Überprüfung der Güte der Ergebnisse. Beide Problemkreise sind eng miteinander verknüpft. Grobe Fehler werden durch die Ausgleichung "verdrückt", so daß ihre Lokalisierung langwierig wird und unerkannte grobe Fehler — vor allem in schwach überbestimmten Netzteilen — die Koordinaten verfälschen können. Genauigkeitsangaben, wie mittlere Fehler oder Punktfehler, sagen dann nichts mehr über die Qualität des Ergebnisses aus; sie sind sogar höchst irreführend.

Gerade die Überprüfung der Netze im Hinblick auf die Kontrollierbarkeit der Beobachtungen ist durch die black box-Eigenschaften der Programme erschwert. Die Berechnung der Koordinaten durch Ausgleichung aller bestimmenden Elemente bildet einen Aspekt auf dem Weg zu einem "guten" Netz. Die zweite Aufgabe, nämlich die Überprüfung der Güte der Beobachtungen und der Netzgeometrie durch das Programm, steht in weiten Bereichen zwar praktisch noch aus; die theoretischen Hilfsmittel stehen jedoch mit der von Baarda (1967, 1968, 1973, 1976, 1977) entwickelten Theorie inzwischen zur Verfügung.

Güte (accuracy) im Sinne Baardas umfaßt Genauigkeit (precision) und Zuverlässigkeit (reliability), die sich wiederum in innere und äußere Zuverlässigkeit aufgliedert.

Eine gute innere Zuverlässigkeit ist erreicht, wenn alle Beobachtungen durch die Ausgleichung gleich gut kontrolliert werden, d.h. die — immer vorhandene — Redundanz sich gleichmäßig auf alle Beobachtungen verteilt. Eine gute äußere Zuverlässigkeit ist erreicht, wenn unerkannte grobe Fehler das Ergebnis kaum beeinflussen. Die äußere Zuverlässigkeit hängt ebenso wie die Genauigkeit (beschrieben durch die Kovarianzmatrix der Koordinaten) vom Koordinatensystem ab, so daß man Genauigkeit und Zuverlässigkeit nicht getrennt betrachten kann. Moderne Programme zur Ausgleichung trigonometrischer Netze sollten daher objektive Maße zur Beurteilung der Güte des Ergebnisses zur Verfügung stellen.

Das Programm TRINA zur trigonometrischen Netzausgleichung hat sich dies zum Ziel gesetzt. Es wurde vom Verfasser am Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen entwickelt und in FORTRAN IV programmiert. Das Programm ist modular aufgebaut und benötigt ohne Datenfelder ca. 110 Kb, bei Verwendung von Overlaytechnik ca. 54 Kb Kernspeicher. So lassen sich auf einem Mini-Computer (z. B. PDP 11/45, 64 Kb) ca. 33 Neupunkte, auf einem Großrechner mit virtuellem Speicher ca. 300 Neupunkte ausgleichen.

Der Schwerpunkt des Programms liegt nicht auf der Analyse der Genauigkeit (wie sie Baarda 1973 vorschlägt), sondern der Zuverlässigkeit der Netzkonfiguration, einschließlich Hinweisen zur Datenbereinigung. Denn, wie die Untersuchung praktischer Netze zeigt, ist hohe Zuverlässigkeit schwerer zu erreichen als hohe Genauigkeit (vgl. Reicheneder 1941, Augath 1976, Denekamp 1977).

Die folgende Darstellung des Programms beschränkt sich auf den theoretischen Hintergrund, der an einem Beispiel veranschaulicht wird. Details, wie etwa die Ausgleichung freier Netze, die Ausgleichung ohne Beobachtungen, die Bestimmung der Gewichte usw. kann man der Benutzeranleitung (Förstner 1977) entnehmen. Eine ausführlichere Darlegung der Formeln findet man in Förstner (1979), wo auch zwei weitere Beispiele aufgeführt sind.

2. Der Ausgleichungsansatz

Die Ausgleichung erfolgt nach vermittelnden Beobachtungen. Als Beobachtungen sind zugelassen:

- Strecken: Für alle Strecken kann, falls erwünscht, eine gemeinsame Maßstabsverbesserung bestimmt werden.
- Richtungen: Die Richtungen werden satzweise eingelesen. Dabei kann man mehrere Richtungssätze, die auf demselben Standpunkt gemessen wurden, bearbeiten.
- Koordinaten: In den bisher bekannten Netzausgleichungsprogrammen sieht man die Koordinaten der Anschlußpunkte als fehlerfrei an. Für die Fehlersuche und auch für die Beurteilung der Netze ist dies ungünstig. Das Programm TRINA kann daher die Koordinaten von Anschlußpunkten als Beobachtungen behandeln (sog. bewegliche Anschlußpunkte). Sie erhalten so Verbesserungen wie Strecken und Richtungen auch (vgl. Ackermann 1973, Baarda 1973) und werden ebenfalls in den statistischen Test einbezogen.

Auf dieselbe Weise behandelt das Programm alle Neupunkte; sie erhalten jedoch ein sehr kleines Gewicht, dem ein mittlerer Koordinatenfehler von ca. 5 m entspricht, so daß sie das Ergebnis nicht störend beeinflussen. Der Grund hierfür: Auch wenn einzelne Punkte durch Beobachtungen nicht oder nur unzureichend bestimmt sind, wie etwa bei sog. "fliegenden" Richtungen, wird das Normalgleichungssystem nicht singulär — ein Beispiel für die Konditionsverbesserung der Normalgleichungen durch additive Modifikation (vgl. Wrobel 1974).

Die linearisierten Fehlergleichungen für Strecken, Richtungen und Koordinaten (Indices S, R, P)

$$\mathbf{l}_S + \mathbf{v}_S = \mathbf{B}_S \mathbf{t}_S + \mathbf{C}_S \mathbf{k} - \mathbf{a}_{0S}, \quad \mathbf{P}_S,
\mathbf{l}_R + \mathbf{v}_R = \mathbf{B}_R \mathbf{t}_R + \mathbf{C}_R \mathbf{k} - \mathbf{a}_{0R}, \quad \mathbf{P}_R,
\mathbf{l}_P + \mathbf{v}_P = \mathbf{I}_P \mathbf{k} - \mathbf{a}_{0P}, \quad \mathbf{P}_P$$
(1a)

bzw. individuell

$$l_i + v_i = a'_i x - a_{0i} = b'_i t + c'_i k - a_{0i}, \quad p_i$$
 (1b)

lassen sich zu

$$\hat{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{x} - \boldsymbol{a}_0 = \boldsymbol{B} \boldsymbol{t} + \boldsymbol{C} \boldsymbol{k} - \boldsymbol{a}_0, \quad \boldsymbol{P} = \operatorname{diag}(p_i)$$
 (1c)

zusammenfassen.

Hierin enthalten

$$\begin{array}{l} l = (l_i) = (l_S', l_R', l_P')' \\ v = (v_i) = (v_S', v_R', v_P')' \\ \hat{l} = (\hat{l}_i) = (\hat{l}_S', \hat{l}_R', \hat{l}_P')' \\ x = (t', k')' = (t_S', t_R', k_P')' \end{array}$$

$$A = (a'_i) = (b'_i, c'_i) = (B, C)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & B_S \\ B_R & 0 \end{pmatrix} = (b'_i)$$

die Beobachtungen (Anzahl n);

die zugehörigen Verbesserungen;

die ausgeglichenen Beobachtungen;

die unbekannten Parameter (Anzahl u), Transformationsparameter (Maßstab, Orientierungsunbekannte, Anzahl u_t), Koordinaten (Anzahl u_k), $u=u_t+u_k$;

die Fehlergleichungskoeffizienten mit den Anteilen B und C; Anteile von A für den Maßstab t_S und die Orientierungsunbekannten t_R ;

$$C = (c'_i) = (C'_S, C'_R, I'_P)'$$

Anteile von A für die Koordinaten ($I_P = \text{Einheitsmatrix vom}$

Rang u_k);

 $P = \operatorname{diag}(p_i) = \operatorname{diag}(P_S, P_R, P_P)$ die Gewichte der Beobachtungen und

Konstanten (im folgenden vernachlässigt). $a_0 = (a_{0i})$

Um Speicherplatz zu sparen, wird nicht das volle Normalgleichungssy tem

$$Nx - h = \begin{pmatrix} N_{tt} & N_{tk} \\ N_{kt} & N_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_t \\ h_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}' \, \mathbf{PB} & \mathbf{B}' \, \mathbf{PC} \\ \mathbf{C}' \, \mathbf{PB} & \mathbf{C}' \, \mathbf{PC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{B}' \, \mathbf{PI} \\ \mathbf{C}' \, \mathbf{PI} \end{pmatrix} = A' \, \mathbf{PA} - A' \, \mathbf{PI} = 0,$$
(2)

sondern das auf die Koordinaten reduzierte System

$$\overline{N}k - \overline{h} = (N_{kk} - N_{kt}N_{tt}^{-1}N_{tk})k - (h_k - N_{kt}N_{tt}^{-1}h_t) = 0$$
(3)

mit Hilfe der Schreiberschen Summengleichungen

$$N_{tk} k = h_t$$
, Gewichtsmatrix $-N_{tt}^{-1}$ (4)

aufgestellt. Für eine übersichtliche Darstellung gehen wir zu den auf die Koordinaten reduzierten Fehlergleichungen \overline{C} über:

$$\overline{C} = C - B N_{tt}^{-1} N_{tk}, \quad \overline{c}_i = c_i - N_{kt} N_{tt}^{-1} b_i.$$

$$(5)$$

Das Normalgleichungssystem lautet jetzt

$$\overline{N}k - \overline{h} = \overline{C}'P\overline{C}k - \overline{C}'Pl = 0 \tag{6}$$

in völliger Analogie zu (2).

Zur Lösung der auf die Koordinaten reduzierten Normalgleichungen (6) verwenden wir die von Ehlert (1971, 1977) angegebenen Algorithmen. Sie setzen voraus, daß das untere Dreieck des Normalgleichungssystems im Kernspeicher zur Verfügung steht, und liefern gleichzeitig mit der Lösung

 $k = \overline{N}^{-1}\overline{h}$ (7)

die Gewichtskoeffizientenmatrix

$$Q_{kk} = \overline{N}^{-1} \tag{8}$$

der Koordinaten. Um Rechenzeit zu sparen, wurde der zweite Algorithmus (1977) so modifiziert, daß nur die wirklich benötigten Elemente der Inversen berechnet werden*).

Für die statistische Analyse des Netzes muß man die Gewichtskoeffizienten $Q_{v_iv_i}$ der Verbesserungen v_i kennen. Sie lassen sich mit $Q_{ll} = P^{-1}$ aus

$$Q_{v_i v_i} = Q_{l_i l_i} - a_i' Q_{xx} a_i = Q_{l_i l_i} - b_i' N_{it}^{-1} b_i - \bar{c}_i' Q_{kk} \bar{c}_i$$
(9)

berechnen. Bei den Richtungen verwenden wir den rechten Teil von (9). (9) vereinfacht sich mit $N_{tt}^{-1} = 1/[p_i]$ zu

$$Q_{v_i v_i} = 1/p_i - 1/[p_i] - \bar{c}_i' Q_{kk} \bar{c}_i, \tag{10}$$

wobei sich die Summe auf alle Richtungen des betreffenden Richtungssatzes bezieht.

3. Genauigkeitsmaße

Zur Beurteilung der Genauigkeit der Beobachtungen und der Neupunktskoordinaten zieht man deren mittlere Fehler heran. Sie sind abhängig vom mittleren Fehler der Gewichtseinheit σ_0 (im Programm = 1) und von den jeweiligen Gewichtskoeffizienten. Da die Schätzung $\hat{\sigma}_0$ nur ein globales Maß für die Genauigkeit der Messung ist, berechnen wir die mittleren Fehler auch für Gruppen von Beobachtungen.

^{*)} Tatsächlich enthält das Normalgleichungssystem im Programm auch die Maßstabsunbekannte für die Strecken, damit die reduzierte Matrix \overline{N} dünn besetzt bleibt. Die Rechenzeit beträgt ca. 100 s pro Iteration (Lösung und Inversion) für 350 Neupunkte auf einer IBM 370/158.

Die Schätzung des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit lautet bekanntlich bei unkorrelierten Beobachtungen:

 $\widehat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{[v\,v\,p]}{r}} \,. \tag{11}$

Da im Programm $\sigma_0=1$ ist, kann man die Schätzung $\hat{\sigma}_0$ gegen die Hypothese $\hat{\sigma}_0=1$ testen.

Die Redundanz r bestimmen wir einmal aus der Zahl n-u der überschüssigen Messungen, zum andern — als Kontrolle — aus der Beziehung von Hayford und Wright (Wolf 1968, S. 68)

$$r = spur(\mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P}_{ll}). \tag{12}$$

Für jede Beobachtung ist das Produkt

$$r_i = (\mathbf{Q}_{vv} \, \mathbf{P}_{ll})_{ii} = Q_{v_i \, v_i} \, p_i \tag{13}$$

der Anteil, den die Beobachtung l_i zur Gesamtredundanz r beiträgt (Förstner 1979). Falls einzelne Unbekannte (Koordinaten oder der Maßstab) nicht bestimmt sind, weicht n-u von $[r_i]$ ab. Das Programm druckt dann die Differenz

$$\Delta r = [r_i] - (n - u) \tag{14}$$

aus. Sie gibt die Zahl nicht bestimmbarer Unbekannten an (etwa in schwimmenden Netzteilen).

Bei der Bestimmung von $\hat{\sigma}_0$ verwenden wir daher $[r_i]$, und so gilt

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{[v_i v_i p_i]}{[r_i]}} \,. \tag{15}$$

Wenn man die Beobachtungen in Gruppen einteilt, erhält man für jede Gruppe j eine individuelle Schätzung für $\sigma_{0,j}$ (vgl. Förstner 1979):

$$\widehat{\sigma}_{0,j} = \sqrt{\frac{[v_{ij}\,v_{ij}\,p_{ij}]_j}{[r_{ij}]_j}}.$$
(16)

Als Gruppen kommen in unserem Zusammenhang drei Fälle in Frage.

a) Eine Aufteilung nach der Art der Beobachtung (Strecke, Richtung, Anschlußkoordinate) führt zu einer Kontrolle des Gewichtsansatzes: Sind die $\hat{\sigma}_{0,S}$, $\hat{\sigma}_{0,R}$ und ggf. $\hat{\sigma}_{0,P}$ nicht gleich, so muß man das Gewichtsverhältnis unter den Beobachtungen überprüfen, vorausgesetzt, in jeder Gruppe sind genügend Beobachtungen vorhanden. Man kann ggf. das Gewichtsverhältnis von Strecken, Richtungen und Anschlußpunkten mit Hilfe einzulesender Faktoren ändern, eine neue Aufteilung durchführen und solange iterieren, bis $\hat{\sigma}_{0,I} = 1$ erfüllt ist (a posteriori Varianzschätzung).

führen und solange iterieren, bis $\hat{\sigma}_{0,j}=1$ erfüllt ist (a posteriori Varianzschätzung). b) Faßt man alle Beobachtungen, die einen Punkt betreffen, zu einer Gruppe zusammen, erhält man lokale mittlere Gewichtseinheitsfehler $\hat{\sigma}_{0,P_i}$ für die Punkte P_i . Sie geben über die Genauigkeitszung betragen im Notz Ausgemeit Wiener aus der Punkte P_i . Sie geben über die Genauigkeitszung betragen im Notz Ausgemeit Wiener aus der Punkte P_i .

verhältnisse im Netz Auskunft. Wir nutzen sie zur Bestimmung lokaler mittlerer Punktfehler (s. u.).
c) Der im Abschnitt 4 genannte Test zur Suche nach groben Fehlern kann auf (16) zurückgeführt werden, wenn jede Gruppe nur eine Beobachtung enthält.

Mit dem mittleren Fehler σ_0 der Gewichtseinheit, dessen Schätzung $\hat{\sigma}_0$ aus (15) oder mit $\hat{\sigma}_{0,P_t}$ für jeden Punkt P_i nach (16) erhalten wir nun die folgenden mittleren Fehler, die im Programm TRINA berechnet und ausgewiesen werden:

- Beobachtung li

$$\sigma_{l_i} = \sigma_0 / \sqrt{p_l} \,. \tag{17}$$

— Strecke, bzw. Richtung z_i aus ausgeglichenen Koordinaten (nicht identisch mit der ausgeglichenen Beobachtung \hat{l}_i !, vgl. (1), (6) und (7)):

$$z_i = \hat{l}_i - b'_i t = c'_i k = c'_i Q_{kk} \overline{C} P l, \qquad (18)$$

$$\sigma_{z_i} = \sigma_0 \sqrt{c_i' Q_{kk} c_i}. \tag{19}$$

65

— Anschlußkoordinate k_i :

$$\hat{\sigma}_{k_i} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{k_i k_i}}. \tag{20}$$

- Anschlußpunkt P_i mit Koordinate x_i und y_i :

global mit
$$\hat{\sigma}_0$$
: $\hat{\sigma}_{P_i, \text{global}} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i}},$ (21a)

lokal mit
$$\hat{\sigma}_{0,P_t}$$
: $\hat{\sigma}_{P_t, lokal} = \hat{\sigma}_{0,P_t} \sqrt{Q_{x_t x_t} + Q_{y_t y_t}}$. (21b)

Der lokale mittlere Punktfehler $\hat{\sigma}_{P_t, lokal}$ ist dem in der Landesvermessung gebräuchlichen mittleren Punktfehler ähnlich, den man aus Einzelausgleichungen erhält. Der Vergleich des globalen und des lokalen mittleren Punktfehlers gibt unmittelbar über die Genauigkeit der Beobachtungen Aufschluß, die diesen Punkt bestimmen.

Schließlich gibt das Programm auch die Elemente der Fehlerellipsen für jeden Punkt aus.

4. Statistische Analyse

Die genannten Fehlermaße geben nur dann ein zuverlässiges Bild von der Genauigkeit der Ausgleichung, wenn das gewählte Ausgleichungsmodell (1) zutrifft. Man sollte es daher soweit möglich überprüfen und die Auswirkung nicht erkennbarer Modellfehler auf das Ausgleichungsergebnis abschätzen. Von den möglichen Modellfehlern interessieren uns vor allem Fehler im funktionalen Modell in der Form grober Datenfehler. Auch wenn es sich dabei selten um eigentliche Meßfehler, mehr um Klassifizierungsfehler handelt, nehmen wir im folgenden an, daß einzelne Beobachtungswerte l_i um Beträge ∇l_i falsch sind, die wir als grobe Fehler ansehen.

Ein Test, der auf mehrere grobe Fehler prüft, ist entweder mehrdimensional und weist eine so geringe Güte auf, daß erst große grobe Fehler erkennbar sind, oder er ist eindimensional und setzt damit das Größenverhältnis der groben Fehler als bekannt voraus. Da unerkannte grobe Fehler das Ergebnis stark verfälschen können und nur in speziellen Fällen — etwa bei Punktverwechslungen — das Größenverhältnis der groben Fehler bekannt ist, scheint nur für den einfachsten Fall ein statistischer Test mit vertretbarem Aufwand sinnvoll zu sein, wenn man nämlich nur einen groben Fehler im Datenmaterial annimmt. Der im folgenden beschriebene Test und die Angaben über innere und äußere Zuverlässigkeit gehen von dieser Hypothese aus.

Es wird angenommen, daß diese Einschränkung in der Praxis unbedeutend ist, da die wenigen Pro-

zent grober Fehler selten lokal gehäuft auftreten und sich daher kaum beeinflussen.

4.1. Das "data-snooping"

Der statistische Test auf grobe Fehler beruht auf dem Vergleich der normierten Verbesserung w_i

$$w_i = \frac{|v_i|}{\sigma_{v_i}} = \frac{|v_i|}{\sigma_{l_i} \sqrt{r_i}} \tag{22}$$

mit dem kritischen Wert k, der vom Signifikanzniveau $S=1-\alpha_0$ des Tests abhängt (z.B. $\alpha_0=1\% \rightarrow k=2,56$). Geprüft wird also, ob der Absolutbetrag $|v_i|$ der Verbesserung den k-fachen mittleren Fehler σ_{v_i} überschreitet. Das Programm gibt für jede Beobachtung die normierte Verbesserung an. Um die Fehlerlokalisierung zu erleichtern, werden außerdem die größten w_i aller Beobachtungen — absteigend sortiert — ausgedruckt. Wenn nur ein großer grober Fehler im Datenmaterial vorliegt, hat nahezu immer die betreffende Beobachtung die größte normierte Verbesserung.

Gegenüber der sonst vielfach verwendeten Testgröße $|v_i|/\sigma_{l_i}$ wird bei w_i die Geometrie

des Netzes über den Redundanzanteil r_i berücksichtigt, vgl. (13).

Wegen
$$v = -Q_{vv} P_{ll} l$$
 bzw. $\Delta v_i = -r_i \Delta l_i$ (23)

gibt r_i unmittelbar an, wie stark sich eine Änderung der Beobachtung, etwa ein grober Fehler, in der Verbesserung niederschlägt.

Umgekehrt kann man aus der Verbesserung die Größe $\widehat{\nabla l_i}$ des Fehlers abschätzen, der die betreffende Verbesserung v_i möglicherweise verursacht (vgl. Förstner 1976):

$$\widehat{\nabla l}_i = -\frac{v_i}{r_i} \,. \tag{24}$$

Dieser Wert wird ausgedruckt, wenn die normierte Verbesserung den kritischen Wert überschreitet. Für nicht zu kleine bzw. zu große grobe Fehler (größer als $20~\sigma_{l_i}$) weicht diese Schätzung erfahrungsgemäß nur um wenige Prozent vom tatsächlichen Betrag des groben Fehlers ab und erleichtert so die Interpretation der Verbesserung.

Oft geben die Unterlagen auch bei zu großen Werten von $\widehat{\nabla l_t}$ keinen Grund, die angezeigte Beobachtung zu verwerfen. Dann ist es wertvoll zu wissen, wie stark die Beobachtung das Ergebnis bestimmt. Das Programm gibt daher für jede Beobachtung den Betrag $\widehat{\nabla z_t}$

$$\widehat{\nabla z_i} = c_i' Q_{kk} \, \overline{c}_i \, p_i \, \widehat{\nabla l}_i = -c_i' Q_{kk} \, \overline{c}_i \, p_i \, v_i / r_i$$
(25)

an, um den sich die betreffenden Punkte gegenseitig verschieben, wenn die Beobachtung nicht an der Ausgleichung teilnimmt. Ist dieser Einfluß klein, kann die Beobachtung mitgeführt werden. Aber auch wenn die normierte Verbesserung kleiner als der kritische Wert ist, kann die Beobachtung das Ergebnis u. U. stark beeinflussen; dann sollte man sie anhand der Unterlagen (Feldbücher, u.ä.) überprüfen. Denn es kann sich um einen vom Test nicht erkennbaren groben Fehler handeln. Dies ist nur möglich, wenn die Beobachtung durch die Netzgeometrie schwach kontrolliert wird.

4.2. Innere Zuverlässigkeit des Netzes

Die Kontrollierbarkeit der Beobachtungen gibt über die innere Zuverlässigkeit des Netzes Auskunft. Sie wird durch die Mindestgrößen $\nabla_0 l_i$ für grobe Fehler ∇l_i beschrieben, die der Test mit einer vorgegebenen Mindestsicherheit gerade noch aufdecken kann. Dieser untere Grenzwert hängt ab

- von der Genauigkeit der Beobachtung, beschrieben durch den mittleren Fehler σ_{l_i} ;
- von der Netzgeometrie in der Umgebung der Beobachtung, beschrieben durch den Redundanzanteil r_i und
- vom Signifikanzniveau 1 α_0 und der Mindestsicherheit β_0 (Macht) des Tests, beschrieben durch den Nichtzentralitätsparameter $\delta_0 = \delta_0$ (α_0 , β_0). (δ_0 ist identisch mit $\sqrt{\lambda_0}$ bei BAARDA, vgl. Pelzer 1977).

Für verschiedene α_0 und β_0 sind in Tabelle 1 die zugehörigen Werte für δ_0 angegeben.

Tabelle 1. Nichtzentralitätsparameter δ_0

β_0	α0	0,01%	0,1%	1,0%	5,0%
70%		4,41	3,82	3,10	2,49
80%		4,72	4,13	3,42	2,79
90%		5,18	4,57	3,86	3,24

Damit ist der Grenzwert $\nabla_0 l_i$ bestimmt:

$$\nabla_0 l_i = \sigma_{l_i} \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}.$$
 (26)

Je kleiner der Redundanzanteil r_i der Beobachtung, um so größer muß ein grober Fehler sein, um erkannt zu werden (um so kleiner ist ja nach (23) auch die Verbesserung). Für jede Beobachtung werden vom Programm $\nabla_0 l_i$ und r_i ausgewiesen. Bei den beweglichen

Anschlußpunkten (s. Abschnitt 2) druckt das Programm zusätzlich die Grenzwerte für grobe Fehler in den Richtungen der Halbachsen der Fehlerellipsen aus. In diesem Fall kann man die Grenzwerte auch als Veränderungen der Punkte deuten, die durch die Netzkonfiguration gerade noch aufgedeckt werden.

Der Fall $r_i = 1$ tritt nur auf, wenn der wahre Wert der Beobachtung bekannt ist, etwa bei einer Strecke zwischen Festpunkten, wenn keine Maßstabsunbekannte angesetzt ist. Dann können grobe Fehler $\nabla l_i < \delta_0 \cdot \sigma_{l_i}$ nicht mit der Wahrscheinlichkeit β_0 erkannt werden. Der Parameter δ_0 entscheidet so über den günstigsten Fall. Zum Beispiel lassen sich dann bei einem Signifikanzniveau von $S = 1 - \alpha = 99,9\%$ erst grobe Fehler ab $\nabla l_i \geq \delta_0 \cdot \sigma_{l_i} = 4,13 \sigma_{l_i}$ mit größerer als 80% iger Sicherheit erkennen.

Wird im anderen Extrem eine Beobachtung durch die Netzgeometrie nicht kontrolliert,

ist $r_i = v_i = \emptyset$ und der Test (22) nicht möglich.

4.3. Äußere Zuverlässigkeit eines Netzes

Entscheidend für die Beurteilung der Netzgeometrie ist jedoch nicht die Größe nicht erkennbarer grober Fehler, sondern ihre Auswirkung auf das Ausgleichungsergebnis, in unserem Fall auf die Koordinaten. Sie bestimmt die äußere Zuverlässigkeit des Netzes. In Analogie zu (25) beträgt der Einfluß eines groben Fehlers der Größe $\nabla_0 l_i$ auf die relative Lage der betroffenen Punkte

$$\nabla_0 z_i = c_i' Q_{kk} \, \bar{c}_i \, p_i \nabla_0 l_i \,. \tag{27}$$

Zur Beurteilung vergleicht man diesen Betrag am besten mit dem mittleren Fehler σ_{z_i} , um die unterschiedliche Genauigkeit der Koordinaten zu berücksichtigen.

Die Auswahl der Funktion z_i , der Strecke bzw. Richtung aus Koordinaten, zur Beurteilung ihrer Zuverlässigkeit ist willkürlich. Für eine andere, beliebige Funktion der Koordinaten f = e'k kann man den größten Einfluß $\nabla_0 f_i$ eines gerade nicht mehr erkennbaren Fehlers auf diese Funktion abschätzen.

Mit den Abkürzungen

$$\bar{\delta}_{0,i} = \sqrt{\frac{\bar{c}_i' Q_{kk} \bar{c}_i p_i}{r_i}} \, \delta_0 \tag{28}$$

und

$$\sigma_f = \sigma_0 \sqrt{\mathbf{e}' \, \mathbf{Q}_{kk} \, \mathbf{e}} \tag{29}$$

gilt die Ungleichung (BAARDA 1976):

$$|\nabla_0 f_i| \le \bar{\delta}_{0,i} \cdot \sigma_f. \tag{30}$$

Der Wert $\bar{\delta}_{0,i}$ gibt so unmittelbar an, wie stark eine Funktion der Koordinaten im ungünstigsten Fall von nicht erkennbaren groben Fehlern verfälscht werden kann, bezogen auf den mittleren Fehler dieser Funktion. Dies sollte nicht mehr als das 3- bis 4fache des mittleren Fehlers betragen, da sonst die Angabe des mittleren Fehlers unzuverlässig ist $(\bar{\delta}_{0,i} \leq \delta_0)$.

Beide Größen, $\nabla_0 z_i$ und $\bar{\delta}_{0,i}$, werden im Programm für jede Beobachtung ausgewiesen; $\nabla_0 z_i$ ist der anschaulichere, $\bar{\delta}_{0,i}$ der aussagekräftigere Wert (vgl. das folgende Beispiel).

5. Beispiel für die Analyse eines Netzes mit dem Programm TRINA

Ein Beispiel soll verdeutlichen, daß die Werte, die das Programm zur Beurteilung der Beobachtungen und der Netzgeometrie berechnet, die starken und schwachen Stellen eines Netzes aufdecken und den oft mühevollen — Vergleich mit dem Netzbild ersparen können.

Bei dem Beispiel handelt es sich um eine Herablegung*), einen praktischen Fall. Das Netzbild ist in Abb. 1 unmaßstäblich dargestellt. Damit aber die Geometrie — soweit es die Beobachtungen be-

^{*)} Herablegungen enthalten meist wenig überschüssige Messungen und sind daher empfindlich gegen unerkannte grobe Fehler. Trotzdem sollen sie die relative Lage von Zentrum und Exzentrum festlegen.

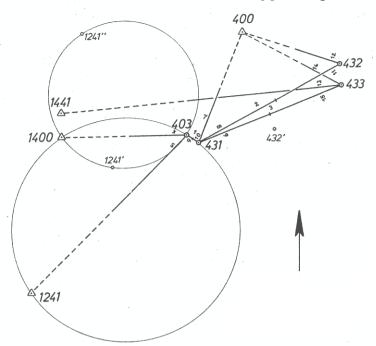


Abb. 1. Netzbild einer Herablegung unmaßstäblich, winkeltreu

trifft — erhalten bleibt, ist die Skizze winkeltreu. In Tabelle 2 sind die im Abschnitt 3 und 4 erläuterten Größen zusammengestellt.

Drei Strecken und vier Richtungssätze mit zusammen 12 Richtungen wurden gemessen. Als Streckengenauigkeit wurde 1,5 cm unabhängig von der Streckenlänge angenommen. Der mittlere Richtungsfehler setzt sich zusammen aus einem konstanten (1 mgon) und einem streckenabhängigen Teil (1 [mm]/s), der die Ungenauigkeit der Zieleinstellung berücksichtigt:

$$\sigma_S = 1.5 \text{ cm},$$

$$\sigma_R = \sqrt{(0.001 \text{ gon})^2 + (\varrho \text{ 1 [mm]/s})^2}.$$

Auf diese Weise erhält die kurze Richtung 6 von Punkt 403 nach 431 einen mittleren Fehler von 0,225 gon (Spalte 5).

Bei den übrigen Richtungen hat der Zieleinstellfehler nahezu keinen Einfluß auf den mittleren Richtungsfehler.

5.1. Innere Zuverlässigkeit des Netzes

Die innere Zuverlässigkeit des Netzes, identisch mit der Kontrollierbarkeit der Beobachtungen kann man an den unteren Grenzwerten $\nabla_0 l_i$ (Spalte 7) für erkennbare grobe Fehler ablesen. Wenn man sie auf die mittleren Fehler a priori bezieht, kann man zur Beurteilung ebensogut die Redundanzanteile r_i (Spalte 6) heranziehen, vgl. (26). Die Redundanz r=3 verteilt sich mit

$$[r_i]$$
Strecken = 0,9,
 $[r_i]$ Richtungen = 2,1

auf Strecken und Richtungen etwa im Verhältnis der Anzahl der Beobachtungen. Dies braucht nicht immer der Fall zu sein. Die einzelnen r_i sind allerdings sehr unterschiedlich.

Nur 6 der 15 Beobachtungen sind mit r_i größer als 0,4 bzw. $\nabla_0 l_i < 6,2$ σ_{l_i} gut kontrollierbar. Die beiden Strecken 2:431-432 und 3:431-433 und die Richtungen 4:403-1400 und 5:403-1241, bzw. 6:403-431 und 10:431-403 kontrollieren sich jeweils gegenseitig.

Die beiden Winkel 431-433-400 und 431-432-400 sind mit Redundanzanteilen $r_i \approx 0.03$, bzw. Grenzwerten um $25~\sigma l_i$ nur sehr schwach kontrollierbar. Der Grund liegt in der mangelnden Genauigkeit der Strecken 2:431-432 und 3:431-433. Fehler in den Richtungen "verdrücken" sich in die Streckenverbesserungen.

geschätzter Fehlerbetrag, wenn $w_{\hat{j}} \, > \, k$

Vom Programm TRINA berechnetes Ergebnis der Herablegung 1)

	٠,	von nach Punkt	$I_{\hat{I}}$	$\sigma_{I_{\underline{j}}}$	r_{1}^{2} 2)	$\nabla_{o}I_{\dot{i}}$ 3)	$\nabla_{o^{Z_{\underline{i}}}}^{h}$	60,1	v.	W, 6)	$\langle z \rangle$	$\widehat{\nabla I_j}$ 8)	
	-1	2 3	4	5	9	7	8	6	10	11	12	13	14
S	Strecken	ken	,						·	. 1			Richtungs- winkel
	1 4	403 431	1.060 m	0.015 m	0.001	2.586 m	2.585 m	172.	0.003 m	7.9	4.951 m	-4.954 m	139 gon
	2 4	431 432	253.757	0.015	0.428	0.095	0.054	5.	0.012	1.3	0.017		.69
	3 4	431 433	239.074	0.015	0.481	0.089	0.046	4.	0.012	1.2	0.013		76.
C/C	icht	Richtungen										-	Strecke
	4 4	403 1400	0.0000 ^{gon}	1.00 ^{mgon}	0.491	5.90 mgon	0.005 m	H	-5.93mgon	8.5	m 600.0	12.1 ^{mgon}	1937. ш
	72	1241	350,6264	1.00	0.491	5.90	-0.002	ij	6.97	10.0	0.005	-14.2	3457.
	9	431	240.1866	22,53	0.493	132.71	0.001	4	-530.08	33.5		1075.5	1.
	7 4	431 400	0.000	1.02	0.001	121.65	0.330	98,	0.08	2.1	0.171		182.
	00	432	43.8857	1.01	000.0	274.33	1.094	222.	-0.02	1.3	0,332		254.
	6	433	51.7028	1.01	0.001	111.97	0.021	90.	-1.11	29.7	0.152	802.9	239.
	10	403	314.1235	22.53	0.494	132.54	0.001	4.	528.55	33.4	0.009	-1069.7	ri.
	11 4	432 431	0.0000	1.01	0.025	26.58	0.001	18.	-0.20	1.3	0.000	-	254.
	12	400	50.6072	1.02	0.025	26.58	0.064	18.	0.20	1.3	0.020	-	162.
	13 4	433 1441	1.0000	1.00	0.001	111.28	-0.278	.06	-1,25	33.7	2,265	9.906	2161.
	14	400	36.1352	1.02	0.029	24.71	0.069	19.	0.24	1.4	0.024		174.
	15	431	381.4932	1.01	0.029	24.31	060.0	19.	1.03	0.9	0.130	-35.1	239.
100	δ.	= 4.13 ($= 4.13 (\alpha_0 = 0.1 \%)$	β _o = 80 %)	%), k = 3.	3.3	5) unqü	instigst	undünstiaster Einfluß auf eine beliehiae Funktion ≠ in ≺	uf eine	beliebiae	Funktion	F in A (28)
, r	, Re(Redundanzanteil (13)	teil (13)				6) norm	ierte Ve	normierte Verbesserung (22)	(22)			(c
, ₂		terer Grer	unterer Grenzwert für erl	erkennbare grobe Fehler (26)	be Fehle	er (26)	7) Ande	rung der	Anderung der relativen Lage der betreffenden Koordinaten	Lage de	r betreffe	brook Roord	no ten
3 '	, Ei	Einfluß von Voli auf	$\nabla_{o^{I}_{i}}$ auf die	die relative Lage der betreffenden	ge der t	betreffenden	bei	Weglass	bei Weglassen der Beobachtung (25)	chtung	(25)		100

Die übrigen 5 Beobachtungen sind mit Redundanzanteilen um 0,001 und Grenzwerten zwischen $100 \sigma_{l_i}$ und $300 \sigma_{l_i}$ nahezu nicht kontrollierbar. Die Gründe für die mangelnde Kontrolle sind unterschiedlich:

- Allein die kurze Strecke 1:403-431 ($r_1 = 0,0006$) legt die relative Lage der Punkte 403-431 fest. Der Winkel 1400-403-1241 und die Richtung 10:431-403 bestimmen den Punkt 403 nur senkrecht zu dieser Richtung, denn der Schnittwinkel zwischen dieser Richtung und dem Kreis 1400-403-1241 ist sehr klein (gefährlicher Kreis!). Läge der Punkt 1241 auf dem kleinen Kreis (z.B. 1241' oder 1241''), so wäre die Strecke 1:403-431 wesentlich besser kontrollierbar.
- Die schwache Richtungsübertragung über die kurze Strecke 1:403−431 ($\sigma_{l_1}=22,5$ mgon) verursacht die schlechte Kontrollierbarkeit der Richtung 13:433−1441 ($r_{13}=0,0014$). Aber auch bei einer besseren Richtungsübertragung könnten größere Fehler (ca. 40,0 mgon) nicht erkannt werden, da der Winkel 403−431−400 mit 86 gon (≈ 100 gon) eine Drehung der 3 Punkte 431, 432, 433 um den Punkt 400 zuläßt.
- Aus einem ähnlichen Grund sind die Richtungen 8:431-432 und 9:431-433 mit Redundanzanteilen von $r_8=0,0002$ und $r_9=0,0012$ sehr schlecht kontrollierbar. 20 cgonbzw. 10 cgonFehler bleiben unerkannt. Die Schnittwinkel der Vorwärtsstrahlen im Zentrum sind etwa 100 gon (106 gon bzw. 94 gon), so daß sich die Punkte 432 und 433 ungeprüft um den Punkt 431 drehen können.
- Schließlich ist der Winkel zwischen den Richtungen 14: 433-400 und 12: 432-400 mit ca. 10 gon zu klein, so daß die Richtung 7 von 431 zum Zentrum 400 nicht kontrollierbar ist.

Die schlechte Richtungsübertragung über die kurze Seite und die schwache Kontrollierbarkeit der Richtung 7:431—400 kann man dem Netzbild unmittelbar entnehmen. Aber man erkennt nicht sofort, daß die rechten Winkel — vor allem der im Punkt 400 — die Kontrolle erschweren. Dem steht die Forderung nach rechten Winkeln entgegen, um — bei zwei (!) Richtungen zum Punkt 400 — Isotropie (Fehlerkreis) zu erhalten. Bei drei Richtungen, die Mindestanforderung für eine Kontrolle, verlangt sowohl die innere Zuverlässigkeit als auch die Genauigkeit nach einer möglichst gleichmäßigen Verteilung der Visuren über den Horizont, d.h. nach Schnittwinkeln von 60 gon, bzw. 120 gon. Das hieße in unserem Fall eine Verlegung des Punktes 432, etwa in die Mitte zwischen 431 und 433, nach 432'.

5.2. Äußere Zuverlässigkeit des Netzes

Während Grenzwerte und Redundanzanteile in gleicher Weise die innere Zuverlässigkeit beschreiben, stehen uns zur Beurteilung der äußeren Zuverlässigkeit zwei unterschiedliche Größen zur Verfügung: $\nabla_0 z_i$ und $\overline{\delta}_{0,i}$ (Tab. 2, Spalten 8 und 9).

Der ungünstigste Einfluß $\nabla_0 z_i$ eines nicht erkennbaren groben Fehlers auf die relative Lage der betreffenden Punkte reicht in unserem Beispiel von 1 mm bis 2,6 m. Bemerkenswert sind die beiden negativen Werte -0.002 m und -0.278 m bei den Richtungen 5:403-1241 und 13:433-1441.

Zum Beispiel verursacht eine Drehung der Richtung 13:433—1441 im Uhrzeigersinn eine Drehung der drei Punkte 431, 432, 433 um den Punkt 400 im Gegenuhrzeigersinn und damit eine Änderung

der Richtung 13:433-1441 nach der Ausgleichung ebenfalls im Gegenuhrzeigersinn.

Ein gerade nicht mehr erkennbarer grober Fehler von 0,11 gon der Richtung 7: 431–400 verursacht eine Änderung von $\nabla_0 z_7 = 33$ cm während er in Richtung 9: 431–433 mit $\nabla_0 z_9 = 2,1$ cm fast keinen Einfluß auf die relative Lage der Koordinaten hat. In diesem Fall verschieben sich beide Punkte um etwa den gleichen Betrag von ca. 30 cm parallel zur Richtung 14: 433–400. Dies bestätigt der große Wert $\bar{\delta}_{0,9} = 90$ in der Richtung 9: 431–433. Er besagt, daß ein grober Fehler in dieser Richtung eine beliebige Funktion der Koordinaten, etwa Koordinatendifferenzen, bis zum 90fachen Betrag des mittleren Fehlers der Funktion (der Koordinatendifferenz) verfälschen kann.

Die $\overline{\delta}_{0,i}$ -Werte geben also über die äußere Zuverlässigkeit ein zutreffendes Bild. Bei gleichem r_i sind die $\overline{\delta}_{0,i}$ i. allg. verschieden, z. B. wirkt sich ein grober Fehler in Richtung 6:403-431 ($\overline{\delta}_{0,6}=4$) stärker aus als ein grober Fehler in einer der Richtungen 4:403-1400 oder 5:403-1241 ($\overline{\delta}_{0,4}=\overline{\delta}_{0,5}=1$).

5.3. Beurteilung der Beobachtungen des Netzes

Die Verbesserungen v_i zeigen, daß ein grober Fehler im Datenmaterial enthalten ist. Eine gewisse Lokalisierung scheint sicher: Die beiden Verbesserungen von ca. 0,5 gon legen einen Gradfehler in der Richtungsübertragung bei der kurzen Strecke 1:403-431 nahe. Die Lokalisierung wäre nicht ohne Nachmessung möglich. Diese würde die gegebenen Richtungen bestätigen. Denn tatsächlich ist die Anschlußrichtung 13:433-1441 um 1 gon falsch*), die zugehörige Verbesserung beträgt nur $12^{\rm cc}$. Die normierten Verbesserungen der drei genannten Richtungen liegen mit 33.4, 33.5 und 33.7 nahe beisammen. Das größte w_i gehört zur grob falschen Beobachtung! Das Programm gibt die normierten Verbesserungen in absteigender Reihenfolge an, so daß die Lokalisierung der groben Fehler sehr einfach wird.

^{*)} Der grobe Fehler wurde künstlich angebracht.

Der geschätzte Fehlerbetrag ∇l_{13} ist mit 0.91 gon in der richtigen Größenordnung. Er weicht von 1 gon deshalb stark ab, weil der grobe Fehler das Netz verformt und die Schätzung nach (24) die lineare Abhängigkeit von l und v voraussetzt.

Eine Nachmessung bzw. Korrektur der Beobachtung ist unerläßlich, denn der grobe Fehler führt

zu einer erheblichen Verfälschung der Koordinaten ($\nabla z_{13} = 2,26 \text{ m}$).

Aber auch die nicht grob falsche Richtung 8 von 431 nach 432 ($w_8 = 1,3$) übt einen mit $\nabla z_8 = 33$ cm großen Einfluß auf das Ergebnis aus: Bei scheinbar richtigen Beobachtungen sollte man den tatsächlichen Einfluß — und nicht nur den theoretischen — auf das Ergebnis berücksichtigen und die Beobachtung wenigstens nochmals überprüfen.

An der Analyse dieses scheinbar einfachen Netzes mit Hilfe der vom Programm ausgegebenen Werte wird deutlich, wie leicht die Suche nach groben Fehlern selbst in kaum überbestimmten Netzteilen wird, aber auch, wie aufwendig die Bestätigung der Zuverlässigkeitsaussagen durch "scharfes Hinsehen" ist.

6. Schlußbemerkungen

Das Programm TRINA zur trigonometrischen Netzausgleichung ist zur Bestimmung und Beurteilung von Koordinaten in Netzen der Landesvermessung konzipiert. Es ist seit zwei Jahren im praktischen Einsatz und nach Kenntnis des Verfassers das erste dieser Art in der Bundesrepublik Deutschland. Es unterliegt zwar noch Beschränkungen in der Kapazität; aber der Weg ist eingeschlagen, um den "neuen" Gesichtspunkten Rechnung zu tragen, die sich ohne Zweifel allgemein durchsetzen werden.

Besonderes Gewicht liegt auf Hilfen zur Suche grober Datenfehler. Neben zahlreichen Plausibilitätskontrollen enthält das Programm einen statistisch fundierten Test. Er führt zu einer großen Arbeitsentlastung bei der Auswertung, denn die Lokalisierung grober Fehler ist zielsicher und man findet — vor allem in schwach überbestimmten Netzteilen — wesentlich kleinere grobe Fehler als mit herkömmlichen Tests, die die Geometrie des Netzes nicht berücksichtigen. Zur Erkennung von Fehlern in den Koordinaten der Anschlußpunkte kann man sie als stochastische Größen behandeln und in den statistischen Tests miteinbeziehen. Um die Datenbereinigung zu erleichtern, wird ggf. der Betrag der groben Fehler und deren Auswirkung auf das Ergebnis geschätzt.

Die Suche nach groben Fehlern im Anschluß an die Gesamtausgleichung sollte man durch einen Test vor der Ausgleichung entlasten. Ein möglicher Weg wäre die Prüfung von Bedingungen, wie sie z.B. Molenaar (1978), Bouloukos u. Molenaar (1978) für photogrammetrische Modellblöcke verwirklichte. Bei trigonometrischen Netzen ist die automatisierte Aufstellung der Bedingungsgleichungen — vor allem in reinen Streckennetzen — ohne Kenntnis von Näherungskoordinaten nicht immer möglich. Einfacher scheint es daher, bei der Näherungskoordinatenbestimmung die gewünschten Vorkontrollen durchzuführen. So ist es im Programm NAEKO (Benning u. Förstner 1979) realisiert. Dort werden die Näherungskoordinaten durch sukzessive Einzelpunktausgleichung bestimmt und die Beobachtungen dem statistischen Test unterworfen. Der Rechengang hängt von der Zuverlässigkeit sowohl der Beobachtungen als auch der bereits gerechneten Koordinaten ab. Diese Prüfung der Beobachtungen vor der Ausgleichung deckt den größten Teil der groben Fehler auf, so daß die Bereinigung im Gesamtnetz keine Schwierigkeit mehr bereitet.

Außer Hinweisen zur Fehlersuche gibt das Programm TRINA an, welche groben Fehler man bei der vorgegebenen Geometrie des Netzes nicht auffinden kann und wie stark sich durch diese Fehler das Ergebnis ändern kann. Die Angaben über die innere und äußere Zuverlässigkeit des Netzes weisen auf Netzteile mit nur geringer Überbestimmung hin. Die Werte ersetzen, wie das Beispiel zeigt, das vor allem in größeren Netzen mühevolle Hineindenken in das Netzbild und können so als Grundlage für eine Netzoptimierung dienen. Besonders geeignet hierfür erscheinen die $\bar{\delta}_{0,i}$ -Werte, mit denen man den ungünstigsten Einfluß eines nicht erkennbaren groben Fehlers auf eine beliebige Funktion der Koordinaten abschätzen kann. Sie sind fast unabhängig von der Größe der Netze. $\bar{\delta}_{0,i}$ -Werte unter 10 kann man mit vertretbarem Meßaufwand erreichen. In reinen Streckennetzen liegen die Werte höher (bis ca. 20), bei Katastermessungen niedriger (ca. 6—7).

Für eine vollständige Beurteilung der Güte der Netze ist darüber hinaus die Prüfung der Genauigkeit über eine Analyse der Kovarianzmatrix der Koordinaten notwendig. Sie ist aufwendiger als die Prüfung der Zuverlässigkeit, und m.E. im Bereich der praktischen Landesvermessung solange nicht vordringlich, als die Zuverlässigkeit der Netze noch nicht ausreicht. Eine Verbesserung der Zuverlässigkeit führt in aller Regel auch zu einer Verbesserung der Genauigkeit. Dann aber sollte man den — im Vergleich zu den Kosten für die Nachmessungen niedrigen — Rechenaufwand nicht scheuen, durch eine Planung der Gebrauchsnetze eine hohe Güte der Koordinaten zu erreichen.

Literatur

Ackermann, F.: Block Triangulation with Independent Models. Photogrammetric Engeneering, 967—981, 1973.

Augath, W.: Untersuchungen zum Aufbau geodätischer Lagenetze, Wiss. Arb. TU Hannover

Nr. 72, 1976.

Baarda, W.: Statistical Concepts in Geodesy. Netherlands Geodetic Commission, Vol. 2, No. 4, 1967.

BAARDA, W.: A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Netherlands Geodetic Commission, Vol. 2, No. 5, 1968.

BAARDA, W.: S-Transformations and Criterion Matrices, Netherlands Geodetic Commission,

Vol. 5, No. 1, 1973.

BAARDA, W.: Reliability and Precision of Networks. Pres. Paper VIIth Intern. Course for Engineering Surveys of High Precision, Darmstadt 1976.

BAARDA, W.: Measures for the Accuracy of Geodetic Networks. IAG Symposium, Sopron 1977.

Benning, W. und W. Förstner: Datenbereinigung und automatische Berechnung von Näherungskoordinaten in Geodätischen Lagenetzen. — Das Programm NAEKO, ZfV 104, 1979, im selben Heft.

BOULOUKOS, T. and M. MOLENAAR: A Testing Procedure for Ground Control in Planimetric Independent Model Blocks. ISP Symp., Comm.

III, Pres. Paper, Moskau 1978.

DENERAMP, J.: Reken — en toets methodiek van het systeem Detailmeting 76, Nederlands geodetisch tijdschrift, 1977, S. 67—74.

EHLERT, D.: Ein weiterer Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme. ZfV 96, 65-69, 1971.

EHLERT, D.: Speicherplatzsparende EDV-Programme zur Auflösung von Gleichungssystemen mit symmetrischer Koeffizientenmatrix. In: DGK B 222, 32—37, München 1977.

Förstner, W.: Statistical Test Methods for Blunder Detection in Planimetric Block Adjustment. Pres. Paper Comm. III, ISP Congress, Helsinki 1976.

FÖRSTNER, W.: Benutzeranleitung für das Programm TRINA. Landesvermessungsamt Nord-

rhein-Westfalen, 1977.

FÖRSTNER, W.: Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Lageblöcken. DGK C 240, München 1978.

FÖRSTNER, W.: Das Programm TRINA zur Trigonometrischen Netzausgleichung. Nachr. a. d. öff. Vermessungswes. NW, 1979, Heft 2.

FÖRSTNER, W.: Konvergenzbeschleunigung bei der à posteriori Varianzschätzung. ZfV 104,

1979 (in Druck).

MOLENAAR, M.: A Program for Preadjustment Error Detection in Independent Model Blocks. ISP Symp., Comm. III, Pres. Paper, Moskau 1978.

Pelzer, H.: Criteria for the Reliability of Geodetic Networks. IAG Symposium, Sopron 1977.

REICHENEDER, K.: Die Sicherheit einer Punkteinschaltung, ein Beitrag zur Fehlertheorie, ZfV 70, 386—395, 1941.

Wolf, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Bonn 1968.

WROBEL, B.: Zur Steigerung der Auflösungsgenauigkeit von Normalgleichungen durch Konditionsverbesserung mittels additiver Modifikation. DGK C 199, München 1974.